

Primitive central idempotents of finite group rings of symmetric and alternating groups in characteristic 3

Harald Meyer

August 18, 2009

1 The primitive central idempotents of group rings of symmetric groups in characteristic 3

It is well known that the conjugacy classes of S_n can be indexed by the partitions of n . We write $\mu = 1^{\alpha_1}, \dots, n^{\alpha_n}$ for the partition

$$\mu = (\underbrace{1, \dots, 1}_{\alpha_1}, \underbrace{2, \dots, 2}_{\alpha_2}, \dots)$$

of n . We define

$$W(\mu) := \sum_{i=2}^n i \cdot \alpha_i$$

and call it the *essential weight* of the partition μ . For our purpose it is convenient to ignore the parts equal to 1 in the partition because an element like $(1, 2, 3) \in S_3$ is also an element of bigger symmetric groups. So we write $\mu = 2^{\alpha_2}, \dots, n^{\alpha_n}$ for a partition and the corresponding class C_μ is a class of an arbitrary symmetric group S_n with $n \geq W(\mu)$ depending on the context, i.e. C_2 denotes the conjugacy class of transpositions in every symmetric group S_n , $n \geq 2$. If $\mu = 2^{\alpha_2}, \dots, n^{\alpha_n}$ is a partition we write $\overline{2^{\alpha_2}, \dots, n^{\alpha_n}}$ for the class sum $C_\mu^+ \in \mathbb{F}_3 S_m$, where $m \geq W(\mu)$.

According to Theorem 1 of [1] one can easily deduce the primitive central idempotents of $\mathbb{F}_3 S_n$ for $n < 31$ from the primitive central idempotents of $\mathbb{F}_3 S_{31}$, $\mathbb{F}_3 S_{30}$ and $\mathbb{F}_3 S_{29}$. To simplify that task we added tokens of the form $|_{16}$ to indicate where the primitive central idempotent of $\mathbb{F}_3 S_{16}$ ends.

Primitive central idempotents of $\mathbb{F}_3 S_n$ for $n \equiv 0 \pmod{3}$ and $n \leq 30$:

$$\begin{aligned} e_1 = & \overline{1|_1 + 2 \cdot \overline{2^2} + \overline{5} + 2 \cdot \overline{2, 4}|_6 + 2 \cdot \overline{7} + \overline{4^2}|_9 + \overline{4^2}, 5 + 2 \cdot \overline{2, 4, 7} + \overline{13 + 4, 10}|_{15} + 2 \cdot \overline{8^2} + \overline{4, 5, 8} + \overline{2, 7, 8} + 2 \cdot \overline{17} + 2 \cdot \overline{4^2}, 5^2 + \overline{2, 4, 5, 7} + \\ & 2 \cdot \overline{2^2}, 7^2 + 8, 10 + 2 \cdot 7, 11 + 5, 13 + 2 \cdot 4, 14 + 2, 16|_{18} + 2 \cdot \overline{2^2}, 4^2, 7 + 2 \cdot \overline{5, 7^2} + 4, 5, 10 + 2 \cdot 7, 10 + 2 \cdot 4, 13 + 2 \cdot 19 + \overline{4^2}, 5, 7 + 2 \cdot \\ & 2, 4, 7^2 + 2, 4^2, 10 + 2 \cdot 10^2 + \overline{7, 13 + 2 \cdot 4, 7, 10 + 4^2}, 13|_{21} + 2^2, 4^2, 5^2 + 2 \cdot \overline{4^2}, 7^2 + 4, 5^2, 8 + 2 \cdot \overline{2, 5, 7, 8 + 2 \cdot 4, 8^2} + \overline{2^2, 8, 10 + 2 \cdot 2, 4, 5, 11 + 2 \cdot 2^2, 7, 11 + 11^2} + 2 \cdot \overline{2^2, 5, 13 + 2^2, 4, 14 + 8, 14 + 2 \cdot \overline{2, 4, 5^2, 7 + 2 \cdot 2^2, 5, 7^2} + \overline{2, 4^2, 5, 8 + 2^2, 4, 7, 8 + 2 \cdot 7, 8^2 + 2^2, 4, 5, 10 + 2 \cdot 5, 8, 10 + 5, 7, 11 + 4, 8, 11 + 5^2, 13 + 2 \cdot 4, 5, 14 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5, 7 + 2 \cdot 5^2, 7^2 + 2 \cdot 4, 5, 7, 8 + 2 \cdot 2, 7^2 + 2 \cdot 4^2, 8^2 + 2 \cdot 5, 7, 10 + 2 \cdot 5, 8, 10 + 2 \cdot 5, 7, 11 + 2 \cdot 4, 8, 10 + 2 \cdot 2^2, 10^2 + 2 \cdot 2 \cdot 4, 7, 11 + 2 \cdot 2, 4, 5, 10 + 2 \cdot 2^2, 4, 7, 10 + 7, 8, 10 + 2 \cdot 5, 10^2 + 2 \cdot 7^2, 11 + 2 \cdot \overline{4, 10, 11 + 5, 7, 13 + 4, 5, 16 + 2, 7, 16 + 4^2, 17 + 2 \cdot 2, 4, 19 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 7^2 + 2 \cdot 4, 7^2, 8 + 2 \cdot 5^2, 8^2 + 2 \cdot 2, 4, 10^2 + 2 \cdot 2^2, 5, 8, 11 + 4^2, 5, 13 + 2 \cdot 4, 7, 13 + 13^2 + 2^2, 8, 14 + 2 \cdot 2, 4^2, 16 + 2 \cdot 10, 16 + 2 \cdot 2^2, 5, 17 + 2 \cdot 7, 19 + 4^2, 5, 7^2 + 2 \cdot 5^2, 7, 8 + 2, 4, 5, 8^2 + 2 \cdot 2^2, 7, 8^2 + 2, 4^2, 7, 10 + 2 \cdot 2^2, 5, 8, 10 + 7, 10^2 + 2 \cdot 2, 4, 5^2, 11 + 2^2, 5, 7, 11 + 8^2, 11 + 2 \cdot 5, 11^2 + 2^2, 5^2, 13 + 7^2, 13 + 5, 8, 14 + 2 \cdot 2, 11, 14 + 4, 7, 16 + 5^2, 17 + 2, 8, 17 + 2 \cdot 4^2, 19|_{27} + 2^2, 5^2, 7^2 + 2^2, 4, 5, 7, 8 + 2^2, 4^2, 8^2 + 5, 7, 8^2 + 2^2, 4, 5^2, 10 + 2 \cdot 4, 7^2, 10 + 2 \cdot 5^2, 8, 10 + 2 \cdot 2, 8^2, 10 + 2 \cdot 4^2, 10^2 + 2^2, 4^2, 5, 11 + 2, 7, 8, 11 + 2, 5, 10, 11 + 2 \cdot 2, 4, 11^2 + 2 \cdot 4^2, 7, 13 + 2^2, 11, 13 + 4, 5^2, 14 + 2 \cdot 5, 7, 14 + 2^2, 10, 14 + 14^2 + 2, 5^2, 16 + 2 \cdot 2^2, 8, 16 + 2 \cdot 2, 4, 5, 17 + 2^2, 7, 17 + 11, 17 + 2^2, 5, 19 + 4, 5^2, 7, 8 + 2 \cdot 2, 5, 7^2, 8 + 2 \cdot 4^2, 5, 8^2 + 2, 4, 7, 8^2 + 2, 5^2, 7, 10 + 2 \cdot 2^2, 7, 8, 10 + 2^2, 5, 10^2 + 4^2, 5^2, 11 + 2 \cdot 2^2, 7^2, 11 + 2 \cdot 2, 4^2, 8, 11 + 2^2, 4, 10, 11 + 8, 10, 11 + 2 \cdot 7, 11^2 + 2 \cdot 4, 5^2, 13 + 2^2, 5, 7, 13 + 2^2, 4, 8, 13 + 8^2, 13 + 2 \cdot 5, 11, 13 + 2, 4^2, 5, 14 + 2^2, 4, 7, 14 + 2 \cdot 5, 10, 14 + 5, 8, 16 + 2 \cdot 5, 7, 17 + 2 \cdot 5^2, 19 + 2, 4, 5^2, 7^2 + 2 \cdot 2, 4^2, 5, 7, 8 + 2 \cdot 2^2, 4, 7^2, 8 + 2 \cdot 2, 4^2, 5^2, 10 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 7, 10 + 2^2, 4^2, 8, 10 + 2 \cdot 4, 8^2, 10 + 2 \cdot 5^2, 10^2 + 2^2, 4^2, 7, 11 + 2 \cdot 5, 7^2, 11 + 2 \cdot 2, 7, 10, 11 + 2 \cdot 4^2, 11^2 + 2^2, 4^2, 5, 13 + 2 \cdot 4, 5, 8, 13 + 2 \cdot 2, 5, 10, 13 + 2, 4, 11, 13 + 2, 4, 5, 7, 14 + 2, 7^2, 14 + 2, 4, 10, 14 + 2 \cdot 4, 5^2, 16 + 2 \cdot 2, 4, 8, 16 + 2^2, 10, 16 + 2 \cdot 4^2, 5, 17 + 2, 4, 7, 17 + 2, 4, 5, 19 + 2 \cdot 2^2, 7, 19 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
e_2 &= 2 \cdot \overline{2^2 + 2 \cdot 4 + 5 + 2 \cdot 2, 4} |_6 + 2 \cdot 2, 5 + 2 \cdot \overline{2^2, 4} + 2 \cdot \overline{4^2 + 8 + 2^2, 5 + 2 \cdot 4, 5} |_9 + 2, 4^2 + \overline{10 + 2, 4, 5 + 2^2, 7 + 4, 7 + 2^2, 4^2 + 2, 5^2 + 2 \cdot 5, 7 + 2^2, 8 + 2, 10} |_{12} + 2 \cdot \overline{2^2, 4, 5 + 2 \cdot 4^2, 5 + 2 \cdot 2, 4, 7 + 2 \cdot 13 + 4, 5^2 + 2 \cdot 2, 4, 8 + 4^2, 7 + 2 \cdot 7, 8 + 2 \cdot 5, 10 + 2 \cdot 2, 13} |_{15} + 2 \cdot 2, 4, 5^2 + 2^2, 5, 7 + 2 \cdot 2, 7^2 + 2 \cdot \overline{2^2, 4, 8 + 2 \cdot 8^2 + 2 \cdot 2, 4, 10 + 5, 11 + 2, 14 + 2 \cdot 16 + 2^2, 4^2, 5 + 2, 4^2, 7 + 2^2, 5, 8 + 2 \cdot 2, 7, 8 + 2, 5, 10 + 2, 4, 11 + 2^2, 13 + 4, 13 + 2, 17 + 2 \cdot \overline{2^2, 4, 5^2 + 4^2, 5^2 + 2 \cdot 2^2, 7^2 + 4, 7^2 + 2 \cdot 5^2, 8 + 2 \cdot 2, 8^2 + 2^2, 4, 10 + 8, 10 + 4, 14 + 2 \cdot 2, 16} |_{18} + 2 \cdot 2, 5^2, 7 + 5, 7^2 + 2 \cdot 2, 4, 5, 8 + 2^2, 7, 8 + 4, 7, 8 + 2 \cdot 2^2, 5, 10 + 4, 5, 10 + 2, 7, 10 + 2 \cdot 4^2, 11 + 19 + 4^2, 5, 7 + 2 \cdot 2, 5^2, 8 + 5, 7, 8 + 2^2, 8^2 + 2 \cdot 4, 8^2 + 2, 4^2, 10 + 5^2, 10 + 2 \cdot 2, 8, 10 + 10^2 + 7, 13 + 2^2, 5^2, 7 + 2 \cdot 4, 5^2, 7 + 2 \cdot 2, 5, 7^2 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 8 + 2 \cdot 4^2, 5, 8 + 2 \cdot 2, 4, 7, 8 + 2, 4, 5, 10 + 2 \cdot 2^2, 7, 10 + 2 \cdot 5^2, 11 + 2 \cdot 2, 8, 11 + 2 \cdot 4^2, 13 + 8, 13 + 2 \cdot 2, 5, 14 + 5, 16 + 2 \cdot 2^2, 17 + 2, 19 |_{21} + 2^2, 4^2, 5^2 + 2 \cdot 4^2, 7^2 + 2 \cdot \overline{2^2, 5^2, 8 + 4, 5^2, 8 + 7^2, 8 + 2 \cdot 2, 4, 8^2 + 2, 5^2, 10 + 2 \cdot 5, 7, 10 + 2^2, 8, 10 + 2 \cdot 4, 8, 10 + 2, 10^2 + 2, 4, 5, 11 + 2 \cdot 4, 7, 11 + 2, 7, 13 + 2^2, 4, 14 + 4^2, 14 + 2 \cdot 2, 4, 16 + 2 \cdot 2, 4, 5^2, 7 + 2^2, 5, 7^2 + 2 \cdot 4, 5, 7^2 + 2, 4^2, 5, 8 + 2^2, 4, 7, 8 + 2 \cdot 4^2, 7, 8 + 2, 5, 8^2 + 2 \cdot 7, 8^2 + 4^2, 5, 10 + 2 \cdot 2, 4, 7, 10 + 5, 8, 10 + 2 \cdot 2, 5^2, 11 + 2^2, 8, 11 + 2 \cdot 4, 8, 11 + 5^2, 13 + 2 \cdot 2, 8, 13 + 2 \cdot 10, 13 + 2 \cdot 2^2, 5, 14 + 2 \cdot 4, 5, 14 + 2 \cdot 2, 4, 17 + 2^2, 19 + 4, 19 + 2^2, 4^2, 5, 7 + 2 \cdot 4^2, 7^2 + 2 \cdot 2, 4, 5^2, 8 + 4, 5, 7, 8 + 2 \cdot 2, 7^2, 8 + 2^2, 4, 8^2 + 2 \cdot 2, 5, 7, 10 + 2 \cdot 4, 8, 10 + 2^2, 10^2 + 4, 10^2 + 2^2, 4, 5, 11 + 2 \cdot 5, 8, 11 + 2, 11^2 + 2 \cdot 2, 4, 5, 13 + 11, 13 + 5^2, 14 + 2 \cdot 2, 8, 14 + 10, 14 + 2^2, 4, 16 + 2 \cdot 8, 16 + 7, 17 + 5, 19 |_{24} + 2^2, 4, 5^2, 7 + 2 \cdot 2, 4, 5, 7^2 + 2^2, 4^2, 5, 8 + 2, 4^2, 7, 8 + 2 \cdot 5^2, 7, 8 + 2 \cdot 2^2, 5, 10 + 2 \cdot 2^2, 4, 7, 10 + 4^2, 7, 10 + 2 \cdot 5, 8, 10 + 2 \cdot 7, 8, 10 + 2 \cdot 5, 7, 11 + 7^2, 11 + 2, 4, 8, 11 + 2 \cdot 2^2, 10, 11 + 4, 10, 11 + 5, 7, 13 + 4, 8, 13 + 2, 10, 13 + 2, 4, 5, 14 + 11, 14 + 2 \cdot 2^2, 4, 17 + 2, 4, 19 + 2 \cdot 5, 20 + 2 \cdot 2, 23 + 2 \cdot 25 + 2 \cdot 2^2, 4, 5^2, 8 + 4^2, 5^2, 8 + 2 \cdot 2, 4, 5, 7, 8 + 2 \cdot 2^2, 7^2, 8 + 2 \cdot 4, 7^2, 8 + 2, 4^2, 8^2 + 2 \cdot 5^2, 8^2 + 2, 4, 5^2, 10 + 2 \cdot 2^2, 5, 7, 10 + 4, 5, 7, 10 + 2 \cdot 2^2, 4, 8, 10 + 2 \cdot 8^2, 10 + 2 \cdot 4^2, 7, 11 + 2 \cdot 2, 5, 8, 11 + 2 \cdot 7, 8, 11 + 2 \cdot 4, 11^2 + 2 \cdot 4^2, 5, 13 + 2 \cdot 2, 11, 13 + 2 \cdot 5, 7, 14 + 2 \cdot 2^2, 8, 14 + 12 \cdot 2 \cdot 2, 10, 14 + 2 \cdot 2, 4^2, 16 + 2 \cdot 5^2, 16 + 10, 16 + 2 \cdot 2^2, 5, 17 + 4, 5, 17 + 2 \cdot 2, 7, 17 + 2 \cdot 2, 5, 19 + 7, 19 + 2 \cdot 2, 4, 20 + 2 \cdot 2^2, 22 + 2 \cdot 4, 22 + 26 + 2 \cdot 2, 4^2, 5^2, 7 + 2^2, 4, 5, 7^2 + 4^2, 5, 7^2 + 2 \cdot 5^2, 7, 8 + 2, 4, 5, 8^2 + 2 \cdot 2^2, 7, 8^2 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5, 10 + 2 \cdot 2, 4^2, 7, 10 + 2^2, 5, 8, 10 + 4, 5, 8, 10 + 2 \cdot 2, 7, 8, 10 + 2 \cdot 2, 5, 10^2 + 7, 10^2 + 2, 4, 5^2, 11 + 2 \cdot 2, 7^2, 11 + 2 \cdot 4^2, 8, 11 + 8^2, 11 + 2, 4, 10, 11 + 2 \cdot 2^2, 5^2, 13 + 4, 5^2, 13 + 7^2, 13 + 2 \cdot 2, 4, 8, 13 + 2 \cdot 2^2, 10, 13 + 4, 10, 13 + 2^2, 4, 5, 14 + 4^2, 5, 14 + 2 \cdot 2, 4, 7, 14 + 5, 8, 14 + 2 \cdot 13, 14 + 2^2, 7, 16 + 4, 7, 16 + 5^2, 17 + 2, 8, 17 + 10, 17 + 2 \cdot 2^2, 4, 19 + 2 \cdot 4^2, 19 + 5, 22 + 2 \cdot 4, 23 + 2 \cdot 2, 25 |_{27} + 2 \cdot 2^2, 5^2, 7^2 + 2 \cdot 4, 5^2, 7^2 + 2 \cdot 4^2, 5^2, 8 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 7 + 2 \cdot 4, 7^2 + 2 \cdot 4^2, 8^2 + 2 \cdot 5^2, 8^2 + 2 \cdot 2^2, 4, 5^2, 10 + 2 \cdot 2^2, 7^2, 10 + 2 \cdot 4, 7^2, 10 + 2 \cdot 5^2, 8, 10 + 2 \cdot 8^2, 10 + 4^2, 10^2 + 2 \cdot 8, 10^2 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5, 11 + 2 \cdot 2, 4^2, 7, 11 + 2 \cdot 4, 5, 8, 11 + 2 \cdot 2, 4, 11^2 + 2 \cdot 2, 4^2, 5, 13 + 2 \cdot 4^2, 7, 13 + 2 \cdot 5, 8, 13 + 2 \cdot 7, 8, 13 + 2 \cdot 5, 10, 13 + 2^2, 11, 13 + 2 \cdot 4, 11, 13 + 2 \cdot 4, 5^2, 14 + 2 \cdot 2^2, 14 + 2 \cdot 4, 10, 14 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 16 + 2 \cdot 2, 5^2, 16 + 2 \cdot 5, 7, 16 + 2 \cdot 5^2, 17 + 2, 4, 22 + 28 + 2, 4^2, 5, 7^2 + 2^2, 5^2, 7, 8 + 2, 5, 7^2 + 2^2, 4, 5, 8^2 + 2^2, 4^2, 7, 10 + 2 \cdot 2, 5^2, 7, 10 + 5, 7^2, 10 + 2 \cdot 2, 4, 5, 8, 10 + 2 \cdot 4, 7, 8, 10 + 2 \cdot 2^2, 5, 10^2 + 4, 5, 10^2 + 2, 7, 10^2 + 4^2, 5^2, 11 + 2 \cdot 2, 7^2, 11 + 2 \cdot 4, 7^2, 11 + 2 \cdot 2, 4^2, 8, 11 + 2 \cdot 5^2, 8, 11 + 2 \cdot 8^2, 11 + 2 \cdot 2^2, 4, 10, 11 + 4^2, 10, 11 + 2 \cdot 7, 11^2 + 2 \cdot 2, 4, 5^2, 13 + 2^2, 5, 7, 13 + 2 \cdot 4, 5, 7, 13 + 2, 7^2, 13 + 2^2, 4, 8, 13 + 2 \cdot 8^2, 13 + 2 \cdot 2, 4, 10, 13 + 2 \cdot 5, 11, 13 + 2, 4^2, 5, 14 + 2^2, 4, 7, 14 + 4^2, 7, 14 + 2 \cdot 2, 5, 8, 14 + 7, 8, 14 + 4^2, 5, 16 + 2 \cdot 4, 4, 7, 16 + 2, 5^2, 17 + 2 \cdot 5, 7, 17 + 4, 8, 17 + 2, 10, 17 + 5^2, 19 + 2, 8, 19 + 10, 19 + 2, 4, 5^2, 7^2 + 2^2, 4^2, 5^2, 8 + 2, 4^2, 5, 7, 8 + 2^2, 4, 7^2, 8 + 2, 4^2, 5^2, 10 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 7, 10 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 8, 10 + 2 \cdot 5, 7, 8, 10 + 2^2, 8^2, 10 + 2 \cdot 2, 4^2, 10^2 + 5^2, 10^2 + 2^2, 4^2, 7, 11 + 2 \cdot 5, 7^2, 11 + 2 \cdot 2, 4, 5, 8, 11 + 2 \cdot 2^2, 7, 8, 11 + 4, 5, 10, 11 + 2 \cdot 4^2, 11^2 + 2 \cdot 8, 11^2 + 2^2, 4^2, 5, 13 + 2 \cdot 4^2, 7, 13 + 5^2, 7, 13 + 2 \cdot 2^2, 5, 8, 13 + 2 \cdot 2, 7, 8, 13 + 2, 5, 10, 13 + 7, 10, 13 + 2, 4, 11, 13 + 2 \cdot 2, 4, 5^2, 14 + 2^2, 5, 7, 14 + 2 \cdot 2, 4, 8, 14 + 2, 4, 10, 14 + 2 \cdot 5, 11, 14 + 2 \cdot 2, 14^2 + 2^2, 5^2, 16 + 2, 5, 7, 16 + 2 \cdot 2, 4, 8, 16 + 2 \cdot 2^2, 10, 16 + 2 \cdot 14, 16 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 17 + 4^2, 5, 17 + 2 \cdot 2, 4, 7, 17 + 2 \cdot 2, 11, 17 + 2 \cdot 13, 17 + 2 \cdot 4, 7, 19 + 2 \cdot 11, 19 + 5^2, 20 + 2, 8, 20 + 2 \cdot 4^2, 22 + 8, 22 + 2, 5, 23 + 5, 25 + 2^2, 26 + 2, 28
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
e_3 = & 2 \cdot \overline{2^2 + 4 + 5 + 2 \cdot 2, 4} |_{6+2, 5+2^2, 4+2 \cdot 4^2 + 2 \cdot 8 + 2^2, 5+4, 5|_9 + 2 \cdot 2, 4^2 + 2 \cdot 10 + 2, 4, 5+2^2, 7+2^2, 4^2 + 2 \cdot 2, 5^2 + 2 \cdot 5, 7+2 \cdot 2^2, 8+2, 10|_{12+2^2, 4, 5+2 \cdot 4^2, 5+2 \cdot 2, 4, 7+2 \cdot 13+2 \cdot 4, 5^2+2 \cdot 2, 4, 8+4^2, 7+7, 8+5, 10+2, 13|_{15+2 \cdot 2, 4, 5^2+2^2, 5, 7+2 \cdot 2, 7^2+2 \cdot 2^2, 4, 8+2 \cdot 8^2+2, 4, 10+5, 11+2, 14+16+2^2, 4^2, 5+2 \cdot 2, 4^2, 7+2 \cdot 2^2, 5, 8+2 \cdot 2, 7, 8+2, 5, 10+2, 4, 11+2^2, 13+2 \cdot 4, 13+2 \cdot 17+2^2, 4, 5^2+4^2, 5^2+2 \cdot 2^2, 7^2+2 \cdot 4, 7^2+5^2, 8+2, 8^2+2^2, 4, 10+8, 10+4, 14+2 \cdot 2, 16|_{18+2, 5^2, 7+5, 7^2+2, 4, 5, 8+2 \cdot 2^2, 7, 8+4, 7, 8+2^2, 5, 10+4, 5, 10+2, 7, 10+2 \cdot 4^2, 11+19+4^2, 5, 7+2 \cdot 2, 5^2, 8+2 \cdot 5, 7, 8+2^2, 8^2+2, 4^2, 10+2 \cdot 5^2, 10+2, 8, 10+10^2+7, 13+2^2, 5^2, 7+4, 5^2, 7+2 \cdot 2, 5, 7^2+2 \cdot 2^2, 4, 5, 8+4^2, 5, 8+2 \cdot 2, 4, 7, 8+2 \cdot 2, 4, 5, 10+2^2, 7, 10+2 \cdot 5^2, 11+2 \cdot 2, 8, 11+2 \cdot 4^2, 13+2 \cdot 2, 5, 14+2 \cdot 5, 16+2 \cdot 2^2, 17+2 \cdot 2, 19|_{21+2^2, 4^2, 5^2+2 \cdot 4^2, 7^2+2^2, 5^2, 8+4, 5^2, 8+2 \cdot 2, 4, 7, 8+2 \cdot 2, 4, 5, 10+2^2, 7, 10+2 \cdot 5^2, 11+2 \cdot 2, 8, 11+2 \cdot 4^2, 13+2 \cdot 2, 5, 14+2 \cdot 5, 16+2 \cdot 2^2, 17+2 \cdot 2, 19|_{21+2^2, 4^2, 5^2+2 \cdot 4^2, 7^2+2^2, 5^2, 8+4, 5^2, 8+2 \cdot 2, 4, 7, 8+2 \cdot 2, 4, 5, 10+2^2, 7, 10+2 \cdot 5^2, 11+2 \cdot 2, 8, 11+2 \cdot 4^2, 13+2 \cdot 2, 5, 14+2 \cdot 5, 16+2 \cdot 2^2, 17+2 \cdot 2, 19|_{21+2^2, 4^2, 5^2+2 \cdot 4^2, 7^2+2^2, 5^2, 8+4, 5^2, 8+2 \cdot 2, 4, 7, 8+2 \cdot 2, 5, 14+2 \cdot 5, 16+2 \cdot 2, 4, 17+2^2, 19+2 \cdot 4, 19+2^2, 4^2, 5, 7+2 \cdot 2, 4^2, 7^2+2, 4, 5, 8+4^2, 5, 7+2 \cdot 2, 7^2, 8+2 \cdot 2^2, 4, 8^2+2 \cdot 2, 5, 7, 10+2, 4, 8, 10+2^2, 10^2+2 \cdot 4, 10^2+2 \cdot 2^2, 4, 5, 11+5, 8, 11+2 \cdot 2, 11^2+2 \cdot 2, 4, 5, 13+11, 13+2 \cdot 5^2, 14+2 \cdot 2, 8, 14+10, 14+2^2, 4, 16+2 \cdot 8, 16+7, 7, 17+5, 19|_{24+2 \cdot 2^2, 4, 5^2, 7+2 \cdot 2, 4, 5, 5, 7^2+2 \cdot 2^2, 4^2, 5, 8+2^2, 4, 7, 8+4^2, 7, 8+2 \cdot 2, 5, 8^2+2 \cdot 7, 8^2+2 \cdot 2, 4^2, 5, 10+2 \cdot 2^2, 4, 7, 10+2 \cdot 4^2, 7, 10+2 \cdot 2, 5, 8, 10+2 \cdot 2, 7, 8, 10+2 \cdot 2, 5, 7, 11+7^2, 11+2 \cdot 2, 4, 8, 11+2 \cdot 11+4, 10, 11+5, 7, 13+4, 8, 13+2, 10, 13+2 \cdot 2, 4, 5, 14+2 \cdot 11, 14+2 \cdot 2^2, 4, 17+2 \cdot 4, 19+5, 20+2 \cdot 2, 23+2 \cdot 25+2 \cdot 2^2, 4, 5^2, 8+2 \cdot 4^2, 5^2, 8+2, 4, 5, 7, 8+2^2, 7^2, 8+2 \cdot 4, 7^2, 8+2 \cdot 2, 4^2, 8^2+2 \cdot 5^2, 8^2+2 \cdot 2, 4, 5^2, 10+2^2, 5, 7, 10+4, 5, 7, 10+2^2, 4, 8, 10+8^2, 10+2 \cdot 4^2, 7, 11+2 \cdot 2, 5, 8, 11+7, 8, 11+4, 11^2+2 \cdot 2^2, 5, 13+2, 11, 13+5, 7, 14+2 \cdot 2^2, 8, 14+2, 10, 14+2 \cdot 2, 4^2, 16+5^2, 16+10, 16+2 \cdot 2^2, 5, 17+2 \cdot 4, 5, 17+2, 7, 17+2, 5, 19+7, 19+2, 4, 20+2^2, 22+2 \cdot 4, 22+2 \cdot 2^2, 4, 5, 8^2+2 \cdot 2^2, 7, 8^2+2^2, 4^2, 5, 10+2 \cdot 2, 4^2, 7, 10+2^2, 5, 8, 10+2 \cdot 4, 5, 8, 10+2 \cdot 2, 7, 8, 10+2, 5, 10^2+7, 10^2+2, 4, 5^2, 11+2 \cdot 2, 7^2, 11+4^2, 8, 11+8^2, 11+2 \cdot 2, 4, 10, 11+2 \cdot 2^2, 5^2, 13+2 \cdot 4, 5^2, 13+7^2, 13+2 \cdot 2, 4, 8, 13+2 \cdot 2^2, 10, 13+4, 10, 13+4, 10, 13+2^2, 4, 5, 14+2 \cdot 4^2, 5, 14+2 \cdot 4, 7, 14+5, 8, 14+13, 14+2 \cdot 2^2, 7, 16+4, 7, 16+5^2, 17+2 \cdot 2, 8, 17+2 \cdot 10, 17+2^2, 4, 19+2 \cdot 4^2, 19+2 \cdot 5, 22+4, 23+2, 25|_{27+2 \cdot 2^2, 5^2, 7^2+4, 5^2, 7^2+2, 4^2, 5^2, 8+2 \cdot 2, 4, 7^2, 8+2 \cdot 2, 4^2, 8, 10+2 \cdot 5^2, 8, 10+2, 8^2, 10+4^2, 10^2+8, 10^2+2^2, 4^2, 5, 11+2 \cdot 4, 2^2, 7, 11+2 \cdot 4^2, 5, 8, 11+2 \cdot 4^2, 7, 11+2 \cdot 2, 4, 5, 11+2 \cdot 2^2, 4, 5^2, 14+7^2, 14+4, 10, 14+2^2, 4^2, 16+2 \cdot 2, 5^2, 16+5, 7, 16+2^2, 8, 16+2 \cdot 4, 8, 16+2, 10, 16+2, 4, 5, 17+2 \cdot 2^2, 7, 17+4, 7, 17+2 \cdot 2^2, 5, 19+2 \cdot 4^2, 20+2 \cdot 2, 4, 22+2 \cdot 2 \cdot 8+2 \cdot 2, 4^2, 5, 7^2+2 \cdot 2^2, 5^2, 7, 8+2, 5, 7^2, 8+2 \cdot 2^2, 4, 5, 8^2+2 \cdot 2^2, 4^2, 7, 10+2 \cdot 2, 5^2, 7, 10+2 \cdot 2^2, 4, 5, 10^2+2 \cdot 2, 7, 10^2+4^2, 5^2, 11+2 \cdot 2^2, 7^2, 11+4, 7^2, 11+2 \cdot 2, 4^2, 8, 11+5^2, 8, 11+2 \cdot 2, 8^2, 11+2^2, 4, 10, 11+2 \cdot 4^2, 10, 11+2 \cdot 7, 11^2+2 \cdot 2, 4, 5^2, 13+2^2, 5, 7, 13+4, 5, 7, 13+2 \cdot 2, 7^2, 13+2^2, 4, 8, 13+2 \cdot 8^2, 13+2 \cdot 4, 10, 13+2 \cdot 5, 11, 13+2 \cdot 4^2, 5, 14+2^2, 4, 7, 14+2 \cdot 4^2, 7, 14+2 \cdot 5, 8, 14+2 \cdot 4^2, 5, 16+2 \cdot 2, 4, 7, 16+2 \cdot 2, 5^2, 17+2 \cdot 5, 7, 17+4, 8, 17+2, 10, 17+5^2, 19+2 \cdot 8, 19+2 \cdot 10, 19+2 \cdot 2, 4, 5^2, 7^2+2 \cdot 2^2, 4^2, 5^2, 8+2, 4^2, 5, 7, 8+2^2, 4, 7^2, 8+2, 4^2, 5^2, 10+2^2, 4, 5, 7, 10+2 \cdot 4^2, 5, 7, 10+2^2, 4^2, 8, 10+2 \cdot 5^2, 8, 10+2 \cdot 5, 7, 8, 10+2 \cdot 2^2, 8^2, 10+2 \cdot 4^2, 10^2+5^2, 10^2+2^2, 4^2, 7, 11+2 \cdot 5, 7^2, 11+2 \cdot 4, 5, 8, 11+2 \cdot 2^2, 7, 8, 11+4, 5, 10, 11+2 \cdot 4^2, 11^2+2 \cdot 2, 4^2, 8, 11+2 \cdot 2, 4^2, 7, 13+5^2, 7, 13+2^2, 5, 8, 13+2 \cdot 2, 7, 8, 13+2 \cdot 5, 10, 13+2 \cdot 7, 10, 13+2 \cdot 4, 11, 13+2 \cdot 4, 5^2, 14+2 \cdot 2^2, 5, 7, 14+2 \cdot 2^2, 4, 8, 14+2 \cdot 4, 10, 14+5, 11, 14+2, 14^2+2 \cdot 2^2, 5^2, 16+2, 5, 7, 16+2 \cdot 4, 8, 16+2 \cdot 2^2, 10, 16+2 \cdot 14, 16+2^2, 4, 5, 17+4^2, 5, 17+2 \cdot 2, 4, 7, 17+2, 11, 17+2 \cdot 13, 17+4, 7, 19+2 \cdot 11, 19+2 \cdot 5^2, 20+2 \cdot 2, 8, 20+4^2, 22+8, 22+2 \cdot 2, 5, 23+5, 25+2 \cdot 2^2, 26+2, 28
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
e_4 = & 2 \cdot 2, 5 + 2 \cdot \overline{7} + 2 \cdot \overline{2^2}, 4 + 2 \cdot \overline{4^2} + 2 \cdot \overline{2^2}, 5 + 4, 5 + 2 \cdot 2, 7 | 9 + \overline{2, 4^2} + 2 \cdot \overline{5^2} + 2 \cdot \overline{2, 8} + 2 \cdot \overline{10 + 2, 4, 5 + 2 \cdot 2^2, 7 + 4, 7 + 2 \cdot 2^2, 4^2 + 2 \cdot 2^2, 5 + 2 \cdot 2^2, 4, 7 + 4^2, 7 + 2^2, 8 + 4, 8 + 2 \cdot 2, 10 | 12 + 2 \cdot \overline{2^2}, 4, 5 + 2, 4, 7 + 2 \cdot 13 + 2 \cdot 4, 5^2 + 2, 5, 7 + 2 \cdot 2, 4, 8 + 2^2, 10 + 4, 10 + 2, 4^2, 5 + 2^2, 4, 7 + 4^2, 7 + 7, 8 + 2 \cdot 2, 13 | 15 + 2 \cdot 2, 4, 5^2 + 2^2, 5, 7 + 2 \cdot 4, 5, 7 + 2^2, 7^2 + 2 \cdot 2^2, 4, 8 + 2 \cdot 4^2, 8 + 8^2 + 2, 4, 10 + 5, 11 + 2, 14 + 2 \cdot \overline{16 + 2^2}, 4^2, 5 + 2, 4^2, 7 + 4, 5, 8 + 2, 5, 10 + 2, 4, 11 + 2^2, 13 + 4, 13 + 2, 4, 5, 7 + 2^2, 7^2 + 2 \cdot 4, 7^2 + 5^2, 8 + 2, 8^2 + 2^2, 4, 10 + 4^2, 10 + 8, 10 + 2, 5, 11 + 7, 11 + 2^2, 14 + 2 \cdot 4, 14 + 2 \cdot 2, 16 | 18 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 7 + 4, 7, 8 + 2 \cdot 4, 5, 10 + 2 \cdot 2, 7, 10 + 2 \cdot 4^2, 11 + 2 \cdot 8, 11 + 2, 4, 13 + 2 \cdot 5, 14 + 2 \cdot 2, 17 + 19 + 2 \cdot 4^2, 5, 7 + 2 \cdot 2, 4, 7^2 + 2 \cdot 2, 5^2, 8 + 2^2, 8^2 + 2 \cdot 2, 4^2, 10 + 2 \cdot 7, 13 + 2^2, 5^2, 7 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 8 + 2 \cdot 4, 7, 10 + 2 \cdot 5^2, 11 + 2 \cdot 2, 8, 11 + 10, 11 + 8, 13 + 2 \cdot 2, 5, 14 + 7, 14 + 5, 16 + 2 \cdot 2^2, 17 + 4, 17 + 2, 19 | 21 + 2^2, 4^2, 5^2 + 2 \cdot 4^2, 7^2 + 2^2, 5^2, 8 + 2 \cdot 4, 5^2, 8 + 2 \cdot 7^2, 8 + 2, 5^2, 10 + 2 \cdot 2^2, 8, 10 + 4, 8, 10 + 2 \cdot 2, 4, 5, 11 + 2^2, 7, 11 + 2 \cdot 4, 7, 11 + 2 \cdot 11^2 + 2 \cdot 2^2, 5, 13 + 2 \cdot 7, 13 + 4^2, 14 + 2 \cdot 8, 14 + 2 \cdot 2, 4, 16 + 2 \cdot 2, 4, 5^2, 7 + 2 \cdot 2^2, 5, 7^2 + 4, 5, 7^2 + 2, 4^2, 5, 8 + 2^2, 4, 7, 8 + 4^2, 7, 8 + 2 \cdot 2, 5, 8^2 + 2 \cdot 7, 8^2 + 2^2, 4, 5, 10 + 2 \cdot 4^2, 5, 10 + 2, 4, 7, 10 + 2, 5^2, 11 + 2 \cdot 5, 7, 11 + 2 \cdot 2^2, 8, 11 + 4, 8, 11 + 2 \cdot 5^2, 13 + 2 \cdot 2, 8, 13 + 2 \cdot 10, 13 + 2^2, 5, 14 + 2, 5, 16 + 2 \cdot 2, 4, 17 + 2^2, 19 + 4, 19 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5, 7 + 2 \cdot 2, 4^2, 7^2 + 2, 4, 5^2, 8 + 4, 5, 7, 8 + 2 \cdot 2, 7^2, 8 + 2 \cdot 2^2, 4, 8^2 + 2 \cdot 2, 4, 8, 10 + 2 \cdot 2^2, 10^2 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 11 + 2, 4, 7, 11 + 5, 8, 11 + 2 \cdot 2, 11^2 + 2, 4, 5, 13 + 2^2, 7, 13 + 11, 13 + 2 \cdot 2, 4^2, 14 + 2 \cdot 5^2, 14 + 2 \cdot 2, 8, 14 + 10, 14 + 2^2, 4, 16 + 2 \cdot 8, 16 + 7, 17 + 5, 19 | 24 + 2 \cdot 2^2, 4, 5^2, 7 + 4, 4^2, 5^2, 7 + 2, 4, 5, 5, 7^2 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5, 8 + 2 \cdot 2, 4^2, 7, 8 + 5^2, 7, 8 + 2, 7, 8^2 + 2 \cdot 2, 4^2, 5, 10 + 2 \cdot 2^2, 7, 10 + 2 \cdot 4^2, 7, 10 + 2 \cdot 2, 5, 8, 10 + 7, 8, 10 + 2 \cdot 5, 10^2 + 2 \cdot 2, 5, 7, 11 + 2 \cdot 7^2, 11 + 2, 2, 4, 8, 11 + 2^2, 10, 11 + 2 \cdot 4, 10, 11 + 2 \cdot 5, 7, 13 + 4, 8, 13 + 2, 10, 13 + 2 \cdot 2, 4, 5, 14 + 2 \cdot 11, 14 + 4, 5, 16 + 2, 7, 16 + 2 \cdot 2^2, 4, 4, 17 + 2 \cdot 4^2, 17 + 8, 17 + 5, 20 + 2, 23 + 25 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 7^2 + 2 \cdot 4^2, 5^2, 8 + 2, 4, 5, 7, 8 + 2^2, 7^2, 8 + 2 \cdot 4, 7^2, 8 + 2 \cdot 2, 4^2, 8^2 + 2 \cdot 5^2, 8^2 + 2 \cdot 2, 4, 5, 5^2, 10 + 2^2, 5, 7, 10 + 2^2, 4, 8, 10 + 2 \cdot 4^2, 8, 10 + 2 \cdot 8^2, 10 + 2 \cdot 2, 4, 10^2 + 2 \cdot 4^2, 7, 11 + 2, 5, 8, 11 + 4, 11^2 + 2, 4, 7, 13 + 2 \cdot 5, 8, 13 + 2, 11, 13 + 5, 7, 14 + 2^2, 8, 14 + 2 \cdot 4, 8, 14 + 2, 10, 14 + 2, 4^2, 16 + 5^2, 16 + 2 \cdot 2, 8, 16 + 2 \cdot 10, 16 + 4, 5, 17 + 2, 5, 19 + 2 \cdot 7, 19 + 2, 4, 20 + 2^2, 22 + 4, 22 + 2, 4^2, 5^2, 7 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 7^2 + 4^2, 5, 7^2 + 2, 5^2, 7, 8 + 2, 4, 5, 8^2 + 2 \cdot 2^2, 7, 8^2 + 2^2, 4^2, 5, 10 + 2, 4^2, 7, 10 + 4, 5, 8, 10 + 2, 7, 8, 10 + 2, 5, 10^2 + 7, 10^2 + 2 \cdot 2, 4, 5^2, 11 + 2 \cdot 2^2, 5, 7, 11 + 2 \cdot 4, 5, 7, 11 + 4^2, 8, 11 + 8^2, 11 + 2 \cdot 2, 4, 10, 11 + 2 \cdot 5, 11, 14 + 2 \cdot 2, 4, 5, 16 + 4, 7, 16 + 2 \cdot 11, 16 + 5^2, 17 + 2, 8, 17 + 10, 17 + 2^2, 4, 19 + 2, 5, 20 + 7, 20 + 2 \cdot 5, 22 + 2^2, 23 + 2 \cdot 4, 23 + 2, 25 | 27 + 2^2, 5^2, 7^2 + 4, 5^2, 7^2 + 2^2, 4, 5, 7, 8 + 2, 4^2, 8^2 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 8^2 + 2 \cdot 5^2, 8^2 + 2 \cdot 2, 4^2, 5, 11 + 2 \cdot 4^2, 5, 12 + 2 \cdot 2, 4, 5, 13 + 2 \cdot 5, 8, 13 + 7, 8, 13 + 2 \cdot 5, 10, 13 + 2^2, 11, 13 + 4, 11, 13 + 2, 5, 7, 14 + 7^2, 10, 11 + 7, 10, 11 + 2 \cdot 2, 4, 8, 14 + 2^2, 10, 14 + 2 \cdot 4, 10, 14 + 14^2 + 2^2, 4^2, 16 + 5, 7, 16 + 2 \cdot 4, 8, 16 + 2 \cdot 2, 10, 16 + 2 \cdot 2, 4, 5, 17 + 2^2, 7, 17 + 4, 7, 17 + 11, 17 + 4, 5, 19 + 2, 7, 19 + 2 \cdot 4^2, 20 + 2 \cdot 8, 20 + 2 \cdot 2, 4, 22 + 2 \cdot 5, 23 + 2 \cdot 2, 26 + 2 \cdot 28 + 2 \cdot 2, 4^2, 5, 7^2 + 2 \cdot 2^2, 5^2, 7, 8 + 4, 5^2, 7, 8 + 2 \cdot 2, 5, 7^2, 8 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 8^2 + 2 \cdot 4^2, 5, 8^2 + 2, 4, 7, 8^2 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 7, 10 + 2, 5^2, 7, 10 + 2 \cdot 5, 7^2, 10 + 2 \cdot 2^2, 7, 8, 10 + 4, 7, 8, 10 + 2^2, 5, 10^2 + 2 \cdot 4, 5, 10^2 + 2 \cdot 2, 7, 10^2 + 4^2, 5^2, 11 + 2 \cdot 2^2, 7^2, 11 + 4, 7^2, 11 + 2 \cdot 2, 4^2, 8, 11 + 5^2, 8, 11 + 2 \cdot 2, 8^2, 11 + 2^2, 4, 10, 11 + 2 \cdot 4^2, 10, 11 + 8, 10, 11 + 2 \cdot 7, 11^2 + 2 \cdot 2, 4, 5, 5^2, 13 + 2^2, 5, 7, 13 + 4, 5, 7, 13 + 2 \cdot 2, 7^2, 13 + 2^2, 4, 8, 13 + 8^2, 13 + 2, 4, 10, 13 + 2 \cdot 5, 11, 13 + 2, 4^2, 5, 14 + 2^2, 4, 7, 14 + 2 \cdot 4^2, 7, 14 + 2, 5, 8, 14 + 2 \cdot 5, 10, 14 + 2 \cdot 4^2, 5, 16 + 2 \cdot 2, 4, 7, 16 + 5, 8, 16 + 2 \cdot 2, 5^2, 17 + 4, 8, 17 + 2, 10, 17 + 2, 8, 19 + 10, 19 + 2, 4, 5^2, 7^2 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5^2, 8 + 2 \cdot 2, 4^2, 5, 7, 8 + 2 \cdot 2^2, 4, 7^2, 8 + 2 \cdot 2, 4^2, 5^2, 10 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 7, 10 + 2 \cdot 4^2, 5, 7, 10 + 2^2, 4^2, 8, 10 + 2, 5^2, 8, 10 + 5, 7, 8, 10 + 2 \cdot 2^2, 8^2, 10 + 4, 8^2, 10 + 2 \cdot 4^2, 10^2 + 2 \cdot 5^2, 10^2 + 2 \cdot 2, 8, 10^2 + 2, 4^2, 7, 11 + 5, 7^2, 11 + 2, 4, 5, 8, 11 + 2^2, 7, 8, 11 + 4, 7, 8, 11 + 2 \cdot 4^2, 11^2 + 8, 11^2 + 2^2, 4^2, 5, 13 + 2 \cdot 2, 4^2, 7, 13 + 2 \cdot 5^2, 7, 13 + 2^2, 5, 8, 13 + 2 \cdot 7, 10, 13 + 2 \cdot 4, 11, 13 + 2 \cdot 4, 5, 4^2, 14 + 2 \cdot 4^2, 8, 14 + 2 \cdot 2, 4, 10, 14 + 5, 11, 14 + 2, 14^2 + 2 \cdot 2^2, 5^2, 16 + 2 \cdot 2, 4, 7, 19 + 4, 7, 19 + 2 \cdot 5^2, 20 + 2 \cdot 2, 8, 20 + 10, 20 + 4^2, 22 + 2 \cdot 8, 22 + 2 \cdot 2, 5, 23 + 7, 23 + 2 \cdot 5, 25 + 2 \cdot 2^2, 26 + 4, 26 + 2 \cdot 2, 28
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
e_5 = & \frac{2,5+2,7+2^2,4+2\cdot4^2+2\cdot2^2,5+2\cdot4,5+\overline{2,7}g+2\cdot2,4^2+2\cdot5^2+2\cdot2,\overline{8+10+2,4,5+2^2,7+2\cdot4,7+2^2,4^2+2,5^2+2^2,8+}}{4,8+2\cdot2,10|_{12+2^2},4,5+2,4,7+2\cdot13+4,5^2+2\cdot2,5,\overline{7+2,4,8+2\cdot2^2,10+4,10+2\cdot2,4^2,5+2\cdot2^2,4,7+4^2,7+2\cdot7,8+}} \\
& \frac{2,13|_{15+2\cdot2,4,5^2+2^2,5,\overline{7+4,5,7+2\cdot2,7^2+2\cdot2^2,4,8+4^2,8+\overline{8^2+2\cdot2,4,10+5,11+2,14+16+2^2,4^2,5+2\cdot2,4^2,7+}}}{4,5,8+2\cdot5,10+\overline{2,4,11+2^2,13+2\cdot4,13+2,4,5,\overline{7+2^2,7^2+4,7^2+2\cdot5^2,8+2\cdot2,8^2+2^2,4,10+2\cdot4^2,10+8,10+2\cdot}}}} \\
& \frac{2,5,11+7,11+2\cdot2^2,14+2\cdot4,14+2\cdot2,16|_{18+2\cdot2^2,4^2,7+4,7,8+2\cdot4,5,10+2\cdot2,7,10+2\cdot4^2,11+8,11+2,4,13+}}{5,14+2,17+19+2\cdot4^2,5,\overline{7+2\cdot2,4,7^2+2\cdot2,5^2,8+\overline{2^2,8^2+2\cdot2,4^2,10+2\cdot7,13+2^2,5^2,7+2\cdot2^2,4,5,8+2\cdot4,7,10+2\cdot}}}} \\
& \frac{5^2,11+2\cdot2,8,11+2\cdot10,11+2\cdot8,13+2\cdot5,14+2\cdot7,14+2\cdot5,16+2\cdot2^2,17+2\cdot4,17+2\cdot2,19|_{21+2^2,4^2,5^2+2\cdot4^2,7^2+}}{2\cdot2^2,5^2,8+2\cdot4,5^2,\overline{8+7^2,8+2\cdot5^2,10+2\cdot2^2,8,10+2\cdot4,8,10+2\cdot2,4,5,11+2^2,7,11+4,7,11+2\cdot11^2+2\cdot2^2,5,13+2\cdot}} \\
& \frac{2,7,13+2\cdot4^2,14+2\cdot8,14+2\cdot4,16+2\cdot2,4,5^2,\overline{7+2\cdot2,5^2,7+2\cdot4,5,7^2+2\cdot4,5,8+2^2,4,7,8+2\cdot4^2,7,8+2\cdot5,8^2+2\cdot}}{7,8^2+2^2,4,5,10+4^2,5,10+2\cdot2,4,7,10+2\cdot2^2,5^2,\overline{11+2\cdot5,7,11+2^2,8,11+4,8,11+2\cdot5^2,13+2\cdot2,8,13+10,13+2\cdot}} \\
& \frac{2^2,5,14+2,5,16+2\cdot2,4,17+2^2,19+2\cdot4,19+2\cdot2^2,4^2,5,\overline{7+2\cdot4,2^2,7^2+2\cdot2,4,5^2,8+4,5,7,8+2\cdot2,7^2,8+2^2,4,8^2+}}{2\cdot2,4,8,10+2\cdot2^2,10^2+4,10^2+2^2,4,5,11+2,4,7,11+2\cdot5,8,11+2,11^2+2\cdot4,5,13+2^2,7,13+11,13+2\cdot2,4^2,14+}} \\
& \frac{5^2,14+2,8,14+10,14+2^2,4,16+2\cdot8,16+7,17+5,19|_{24+2^2,4,5^2,\overline{7+4^2,5^2,7+2,4,5,7^2+2^2,4^2,5,8+2\cdot2,4^2,7,8+2\cdot5^2,7,8+2\cdot2,7,8^2+2\cdot}}}{2,4,8,11+2\cdot2^2,10,11+2\cdot4,10,11+2\cdot5,7,13+4,8,13+2,10,13+2,4,5,5,14+11,14+4,5,16+2,7,16+2^2,4,17+2\cdot}} \\
& \frac{4^2,17+2\cdot8,17+2\cdot5,20+2\cdot2,23+25+2\cdot2^2,4^2,\overline{7^2+4^2,5^2,8+2\cdot2,4,5,7,8+2\cdot2^2,7^2,8+2\cdot4,7^2,8+2\cdot4^2,8^2+2\cdot5^2,8^2+}}{2,4,5^2,10+2\cdot2^2,5,7,10+2\cdot2^2,4,8,10+8^2,10+2\cdot2,4,10^2+2\cdot4^2,7,11+2\cdot5,8,11+2\cdot4,11^2+2\cdot4,2,7,13+2\cdot}} \\
& \frac{5,8,13+2\cdot2,11,13+2\cdot5,7,14+2^2,8,14+4,8,14+2\cdot2,10,14+2,4^2,16+2\cdot5^2,16+2,8,16+2\cdot10,16+2\cdot4,5,17+2\cdot}}{2,5,19+2\cdot7,19+2\cdot2,4,20+2\cdot2^2,22+4,22+2\cdot2,4^2,\overline{5^2,7+2^2,4,5,7^2+4^2,5,7^2+2\cdot5^2,7,8+2\cdot4,5,8^2+2\cdot2^2,7,8^2+}} \\
& \frac{2\cdot2^2,4^2,5,10+2,4^2,7,10+2\cdot4,5,8,10+2\cdot2,7,8,10+2\cdot2,5,10^2+7,10^2+2\cdot2,4,5^2,\overline{11+2\cdot2^2,5,7,11+4,5,7,11+2\cdot}}{4^2,8,11+8^2,11+2,4,10,11+2\cdot5,11^2+2\cdot5,7,13+7^2,13+2\cdot2,4,8,13+2\cdot2^2,10,13+2^2,4,5,14+5,8,14+2\cdot2,11,14+2\cdot}} \\
& \frac{4,5,16+4,7,16+11,16+5^2,17+2,8,17+2\cdot10,17+2\cdot2^2,4,19+2,5,20+2\cdot7,20+5,22+2^2,23+4,23+2\cdot2,25|_{27+}}{2^2,5^2,7+2\cdot2,4,5^2,\overline{7^2+2^2,4,5,7,8+2\cdot4,7^2,8+2^2,4^2,8^2+2,5^2,8^2+5,7,8^2+2^2,4,5^2,10+2^2,7^2,10+2\cdot4,7^2,10+}} \\
& \frac{5^2,8,10+2\cdot4^2,10^2+2^2,4^2,5,11+2\cdot2,4^2,7,11+2\cdot5^2,7,11+2,5,10,11+2\cdot7,10,11+2\cdot2,4,11^2+2\cdot4^2,5,13+2\cdot}}{4^2,7,13+2\cdot2,5,8,13+2\cdot7,8,13+5,10,13+2^2,11,13+2\cdot4,11,13+2,5,7,14+2\cdot7^2,14+2\cdot2,4,8,14+2^2+2,10,14+2\cdot}} \\
& \frac{4,10,14+14^2+2\cdot2^2,4^2,16+2\cdot5,7,16+4,8,16+2,10,16+2\cdot2,4,5,17+2^2,7,17+2\cdot4,7,17+11,17+2\cdot4,5,19+2\cdot}}{2,7,19+4^2,20+2\cdot8,20+2,4,22+2\cdot5,23+2\cdot2,26+28+2,4^2,\overline{5^2,7^2+2^2,5^2,7,8+4,5^2,7,8+2\cdot2,5,7^2+2\cdot8+2^2,4,5,8^2+}} \\
& \frac{2\cdot4^2,5,8^2+2,4,7,8^2+2^2,4^2,7,10+2,5^2,7,10+5,7^2,\overline{10+2\cdot2^2,7,8,10+2\cdot4,7,8,10+2^2,5,10^2+4,5,10^2+2\cdot7,10^2+}}{4^2,5^2,11+2\cdot2^2,7^2,11+2\cdot4,7^2,11+2\cdot2,4^2,8,11+2\cdot5^2,8,11+2\cdot8^2,11+2^2,4,10,11+4^2,10,11+8,10,11+2\cdot}} \\
& \frac{7,11^2+2\cdot2,4,5^2,13+2^2,5,7,13+2\cdot4,5,7,13+2,7^2,13+2^2,4,8,13+8^2,\overline{13+2\cdot2,4,10,13+2\cdot5,11,13+2,4^2,5,14+2\cdot}}{2^2,4,7,14+4^2,7,14+2\cdot2,5,8,14+2\cdot5,10,14+4^2,5,16+2,4,7,16+5,8,16+2,5^2,17+4,8,17+2,10,17+2,8,19+2\cdot}} \\
& \frac{2\cdot10,19+2,4,5^2,7^2+2^2,4^2,5^2,8+2\cdot2,4^2,5,7,8+2\cdot2^2,4,7^2,8+2\cdot2,4^2,5^2,10+2\cdot2^2,4,5,7,10+4^2,5,7,10+2\cdot}}{2^2,4^2,8,10+2\cdot2,5^2,8,10+5,7,8,10+2^2,8^2,10+4,8^2,10+2\cdot2,4^2,\overline{10^2+2\cdot5^2,10^2+2\cdot2,8,10^2+2^2,4^2,7,11+5,7^2,11+2\cdot2,4,5,8,11+2\cdot2^2,7,8,11+4,7,8,11+2\cdot4^2,11^2+2\cdot2,4^2,5,13+2\cdot4^2,7,13+2\cdot2^2,5,8,13+7,10,13+2,4,11,13+2\cdot2,4,5^2,14+2\cdot2^2,4,5,17+2\cdot4^2,5,17+2,4,7,17+2\cdot2,11,17+2\cdot4,5,19+2\cdot}} \\
& \frac{5,11,14+2\cdot2,14^2+2^2,5^2,16+2\cdot4,5^2,16+2,5,7,16+2\cdot2^2,4,5,17+2\cdot4^2,5,17+2,4,7,17+2\cdot2,11,17+2\cdot4,5,19+2\cdot2^2,7,19+2\cdot4,7,19+5^2,20+2,8,20+\overline{10},20+2\cdot4^2,22+2\cdot8,22+2,5,23+\overline{7,23+2\cdot5,25+2^2,26+4,26+2\cdot2,28}}{2,5^2,11,14+2\cdot2,14^2+2^2,5^2,16+2\cdot4,5^2,16+2,5,7,16+2\cdot2^2,4,5,17+2\cdot4^2,5,17+2,4,7,17+2\cdot2,11,17+2\cdot4,5,19+2\cdot2^2,7,19+2\cdot4,7,19+5^2,20+2,8,20+\overline{10},20+2\cdot4^2,22+2\cdot8,22+2,5,23+\overline{7,23+2\cdot5,25+2^2,26+4,26+2\cdot2,28}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
e_6 = & \overline{5^2 + 2, 8 + 2, 4, 5 + 2^2, 7 + 2^2, 4^2 + 2 \cdot 2, 5^2 + 5, 7 + 2 \cdot 2^2, 8 + 2 \cdot 4, 8|_{12} + 2 \cdot 4^2, 5 + 2 \cdot 2, 4, 7 + 2 \cdot 4, 7 + 2 \cdot 4, 5^2 + 2 \cdot 2, 5, 7 + 4, 5, 7 + 2, 7^2 + 2 \cdot 2^2, 4, 8 + 4^2, 8 + 2 \cdot 8^2 + 2, 4, 10 + 5, 11 + 2, 14 + 2^2, 4^2, 5 + 2^2, 5, 8 + 2 \cdot 2, 7, 8 + 2, 5, 10 + 2, 4, 11 + 2^2, 13 + 2 \cdot 2^2, 4, 5^2 + 4^2, 5^2 + 2 \cdot 2^2, 7^2 + 2 \cdot 4, 7^2 + 5^2, 8 + 2, 8^2 + 2^2, 4, 10 + 2 \cdot 4^2, 10 + 2 \cdot 8, 10 + 2 \cdot 2, 5, 11 + 7, 11 + 5, 13 + 2 \cdot 2^2, 14 + 2 \cdot 4, 14|_{18} + 2^2, 4^2, 7 + 2 \cdot 2, 5^2, 7 + 2 \cdot 5, 7^2 + 2 \cdot 2, 4, 5, 8 + 2 \cdot 2^2, 7, 8 + 4^2, 7 + 2 \cdot 2^2, 5, 10 + 2 \cdot 2, 4, 5, 10 + 2 \cdot 2^2, 7, 10 + 2 \cdot 4^2, 11 + 8, 11 + 2 \cdot 2, 4, 13 + 5, 14 + 2 \cdot 17 + 2, 4, 7^2 + 2 \cdot 2, 2, 5^2, 8 + 5, 7, 8 + 2^2, 8^2 + 2 \cdot 4, 8^2 + 5^2, 10 + 2 \cdot 2, 8, 10 + 2^2, 5^2, 7 + 2 \cdot 4, 5^2, 7 + 2 \cdot 2, 5, 7^2 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 8 + 2 \cdot 4^2, 5, 8 + 2 \cdot 4, 7, 8 + 2, 4, 5, 10 + 2 \cdot 2^2, 7, 10 + 4, 4, 7, 10 + 2 \cdot 5^2, 11 + 2 \cdot 2, 8, 11 + 2 \cdot 10, 11 + 4^2, 13 + 2 \cdot 2, 5, 14 + 2 \cdot 7, 14 + 2 \cdot 2^2, 17 + 2 \cdot 4, 17|_{21} + 2^2, 4^2, 5^2 + 2 \cdot 4^2, 7^2 + 2^2, 5^2, 8 + 2 \cdot 7^2, 8 + 2, 4, 8^2 + 2, 5^2, 10 + 2 \cdot 5, 7, 10 + 4, 8, 10 + 2, 10^2 + 2 \cdot 2^2, 7, 11 + 11^2 + 2^2, 5, 13 + 2 \cdot 2^2, 4, 14 + 8, 14 + 2 \cdot 2, 4, 5^2, 7 + 4, 5, 7^2 + 2, 4^2, 5, 8 + 2^2, 4, 7, 8 + 4^2, 7, 8 + 2 \cdot 2, 5, 8^2 + 2 \cdot 7, 8^2 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 10 + 2 \cdot 4^2, 5, 10 + 2, 4, 7, 10 + 2 \cdot 5, 8, 10 + 2, 5^2, 11 + 5, 7, 11 + 2 \cdot 2^2, 8, 11 + 2 \cdot 2, 8, 13 + 2^2, 5, 14 + 4, 5, 14 + 2 \cdot 5, 16 + 2 \cdot 2, 4, 17 + 2^2, 19 + 2 \cdot 2, 4^2, 7^2 + 2, 4, 5^2, 8 + 4, 5, 7, 8 + 2 \cdot 2, 7^2, 8 + 2 \cdot 2^2, 4, 8^2 + 2, 5, 7, 10 + 2 \cdot 4, 10^2 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 11 + 2 \cdot 2, 4, 7, 11 + 5, 8, 11 + 2 \cdot 2, 11^2 + 2 \cdot 2^2, 7, 13 + 11, 13 + 2, 4^2, 14 + 2 \cdot 5^2, 14 + 2 \cdot 2, 8, 14 + 10, 14 + 2^2, 4, 16 + 2 \cdot 8, 16 + 7, 17 + 5, 19|_{24} + 2 \cdot 2^2, 4, 5^2, 7 + 2 \cdot 4^2, 5^2, 7 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5, 8 + 5^2, 7, 8 + 2^2, 5, 8^2 + 2 \cdot 7, 8^2 + 2 \cdot 2^2, 4, 7, 10 + 2 \cdot 2, 5, 8, 10 + 5, 10^2 + 2 \cdot 2, 5, 7, 11 + 2 \cdot 2, 4, 8, 11 + 2^2, 10, 11 + 4, 8, 13 + 2, 10, 13 + 2 \cdot 2, 4, 5, 14 + 2 \cdot 11, 14 + 2 \cdot 4, 5, 16 + 2 \cdot 2, 7, 16 + 2 \cdot 2^2, 4, 17 + 4^2, 17 + 2 \cdot 8, 17 + 2 \cdot 2, 4, 19 + 5, 20 + 2, 23 + 2^2, 4^2, 7^2 + 2^2, 4, 5^2, 8 + 2 \cdot 4^2, 5^2, 8 + 2, 4, 5, 7, 8 + 2^2, 7^2, 8 + 2 \cdot 4, 7^2, 8 + 2 \cdot 2, 4^2, 8^2 + 2 \cdot 5^2, 8^2 + 2 \cdot 2, 4, 5^2, 10 + 2^2, 5, 7, 10 + 2 \cdot 4, 5, 7, 10 + 2^2, 4, 8, 10 + 4^2, 8, 10 + 2, 4, 10, 10^2 + 2 \cdot 4^2, 7, 11 + 2 \cdot 7, 8, 11 + 4, 11^2 + 4^2, 5, 13 + 2 \cdot 2, 4, 7, 13 + 5, 8, 13 + 2, 11, 13 + 5, 7, 14 + 4, 8, 14 + 2, 10, 14 + 5^2, 16 + 2, 8, 16 + 2^2, 5, 17 + 2 \cdot 2, 7, 17 + 2, 5, 19 + 2, 4, 20 + 2^2, 22 + 2, 4^2, 5^2, 7 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 7^2 + 4^2, 5, 7^2 + 2, 5^2, 7, 8 + 2, 4, 5, 8^2 + 2 \cdot 2^2, 7, 8^2 + 2^2, 4^2, 5, 10 + 2 \cdot 2^2, 5, 8, 10 + 2, 5, 10^2 + 7, 10^2 + 2^2, 5, 7, 11 + 4, 5, 7, 11 + 2, 7^2, 11 + 4^2, 8, 11 + 8^2, 11 + 2 \cdot 2, 4, 10, 11 + 5, 11^2 + 2^2, 5^2, 13 + 4, 5^2, 13 + 2, 5, 7, 13 + 7^2, 13 + 2, 4, 8, 13 + 2^2, 10, 13 + 2 \cdot 4, 10, 13 + 2^2, 4, 5, 14 + 4^2, 5, 14 + 2 \cdot 2, 4, 7, 14 + 5, 8, 14 + 2, 11, 14 + 13, 14 + 2, 4, 5, 16 + 2^2, 7, 16 + 4, 7, 16 + 5^2, 17 + 2, 8, 17 + 2 \cdot 10, 17 + 2^2, 4, 19 + 4^2, 19 + 2 \cdot 8, 19 + 2 \cdot 2, 5, 20 + 7, 20 + 5, 22 + 2 \cdot 2^2, 23 + 2 \cdot 4, 23|_{27} + 2^2, 5^2, 7^2 + 2 \cdot 4, 5^2, 7^2 + 2 \cdot 2, 4^2, 5^2, 8 + 2^2, 4, 5, 7, 8 + 2 \cdot 4^2, 5, 7, 8 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 8^2 + 2 \cdot 2, 5^2, 8^2 + 2^2, 4, 5, 5^2, 10 + 2 \cdot 4^2, 5^2, 10 + 2, 4, 5, 7, 10 + 2 \cdot 2, 4^2, 8, 10 + 2 \cdot 5^2, 8, 10 + 2 \cdot 2^2, 4, 8, 10 + 2 \cdot 4^2, 10^2 + 2 \cdot 4^2, 10^2 + 8, 10^2 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5, 11 + 2 \cdot 4, 5, 8, 11 + 2, 7, 8, 11 + 2 \cdot 5, 10, 11 + 7, 10, 11 + 2, 4, 11^2 + 2, 4^2, 5, 13 + 2 \cdot 2^2, 4, 7, 13 + 4^2, 7, 13 + 2 \cdot 2, 5, 8, 13 + 2 \cdot 2^2, 11, 13 + 2 \cdot 4, 11, 13 + 2, 5, 7, 14 + 2^2, 10, 14 + 2 \cdot 4, 10, 14 + 2 \cdot 14^2 + 2^2, 4^2, 16 + 2, 5^2, 16 + 5, 7, 16 + 2 \cdot 2^2, 8, 16 + 2 \cdot 4, 8, 16 + 4, 7, 17 + 2 \cdot 11, 17 + 2^2, 5, 19 + 2 \cdot 4, 5, 19 + 2 \cdot 2, 7, 19 + 2 \cdot 4^2, 20 + 8, 20 + 2 \cdot 2, 4, 22 + 5, 23 + 2, 26 + 2 \cdot 2, 4^2, 5, 7^2 + 2 \cdot 2^2, 5^2, 7, 8 + 2 \cdot 2, 5, 7^2, 8 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 8^2 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 7, 10 + 2, 5, 8, 10 + 2^2, 5, 10^2 + 2 \cdot 2, 7, 10^2 + 2 \cdot 4^2, 5^2, 11 + 2^2, 7^2, 11 + 2, 4^2, 8, 11 + 5^2, 8, 11 + 2 \cdot 2, 8^2, 11 + 2 \cdot 2^2, 4, 10, 11 + 8, 10, 11 + 7, 11^2 + 2, 4, 5^2, 13 + 2 \cdot 2^2, 5, 7, 13 + 2 \cdot 4, 5, 7, 13 + 2 \cdot 2, 7^2, 13 + 2 \cdot 2^2, 4, 8, 13 + 4^2, 8, 13 + 2 \cdot 8^2, 13 + 2, 4, 10, 13 + 5, 11, 13 + 2 \cdot 2, 4^2, 5, 14 + 2 \cdot 2^2, 4, 7, 14 + 2, 5, 8, 14 + 7, 8, 14 + 2 \cdot 5, 10, 14 + 2 \cdot 4^2, 5, 16 + 2 \cdot 2, 4, 7, 16 + 2 \cdot 5, 8, 16 + 2 \cdot 2, 5^2, 17 + 5, 7, 17 + 4, 8, 17 + 2, 10, 17 + 2 \cdot 5^2, 19 + 2, 8, 19 + 2, 4, 5^2, 7^2 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5^2, 8 + 2 \cdot 2, 4^2, 5^2, 10 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 7, 10 + 2 \cdot 4^2, 5, 7, 10 + 2, 4, 7^2, 10 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 8, 10 + 2, 5^2, 8, 10 + 5, 7, 8, 10 + 2 \cdot 2^2, 8^2, 10 + 2 \cdot 5^2, 10^2 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 7, 11 + 5, 7^2, 11 + 2, 4, 5, 8, 11 + 2^2, 7, 8, 11 + 4, 5, 10, 11 + 2 \cdot 2, 7, 10, 11 + 4^2, 11^2 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5, 13 + 2, 4^2, 7, 13 + 2 \cdot 5^2, 7, 13 + 2 \cdot 2^2, 5, 8, 13 + 2 \cdot 4, 5, 8, 13 + 2 \cdot 2, 5, 10, 13 + 2 \cdot 7, 10, 13 + 2 \cdot 2, 4, 11, 13 + 2, 4^2, 5, 14 + 2 \cdot 2^2, 5, 7, 14 + 2 \cdot 4, 7^2, 14 + 2 \cdot 2^2, 4, 8, 14 + 2 \cdot 2, 4, 10, 14 + 5, 11, 14 + 2, 14^2 + 2 \cdot 2^2, 5^2, 16 + 4, 5^2, 16 + 2, 5, 7, 16 + 2 \cdot 2, 4, 8, 16 + 2^2, 10, 16 + 14, 16 + 2^2, 4, 5, 17 + 2, 11, 17 + 13, 17 + 2 \cdot 2, 4, 5, 19 + 2^2, 7, 19 + 4, 7, 19 + 11, 19 + 2 \cdot 5^2, 20 + 2 \cdot 2, 8, 20 + 2 \cdot 10, 20 + 4^2, 22 + 2 \cdot 2, 5, 23 + 2 \cdot 7, 23 + 2 \cdot 2^2, 26 + 2 \cdot 4, 26
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
e_{13} &= 2 \cdot \overline{2^2, 5^2, 7^2 + 4, 5^2, 7^2} + 2 \cdot \overline{2^2, 4, 5, 7, 8} + 2 \cdot \overline{4^2, 5, 7, 8} + \overline{2, 4, 7^2, 8} + 2 \cdot \overline{2^2, 4^2, 8^2} + 2 \cdot \overline{5, 7, 8^2} + 2 \cdot \overline{2^2, 4, 5^2, 10} + 2 \cdot \\
&\quad \overline{4^2, 5^2, 10 + 2, 4, 5, 7, 10 + 2^2, 7^2, 10 + 2 \cdot 4, 7^2, 10 + 2 \cdot 2, 4^2, 8, 10 + 5^2, 8, 10 + 2 \cdot 2, 8^2, 10 + 2 \cdot 2^2, 4, 10^2 + 4^2, 10^2 + 2 \cdot \\
&\quad 8, 10^2 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5, 11 + 2 \cdot 2, 4^2, 7, 11 + 5^2, 7, 11 + 2 \cdot 4, 5, 8, 11 + 2 \cdot 2, 7, 8, 11 + 2, 5, 10, 11 + 2 \cdot 7, 10, 11 + 2, 4, 11^2 + \\
&\quad 2 \cdot 2, 4^2, 5, 13 + 2 \cdot 2^2, 4, 7, 13 + 4^2, 7, 13 + 2, 5, 8, 13 + 2 \cdot 7, 8, 13 + 2 \cdot 2^2, 11, 13 + 4, 11, 13 + 4, 5^2, 14 + 2, 5, 7, 14 + 2 \cdot \\
&\quad 7^2, 14 + 2, 4, 8, 14 + 2^2, 10, 14 + 2 \cdot 4, 10, 14 + 2 \cdot 4, 5^2, 7, 8 + 2, 5, 7^2, 8 + 4^2, 5, 8^2 + 2 \cdot 2, 4, 7, 8^2 + 2 \cdot 2, 5^2, 7, 10 + 2 \cdot \\
&\quad 5, 7^2, 10 + 2^2, 7, 8, 10 + 2 \cdot 4, 7, 8, 10 + 2 \cdot 2^2, 5, 10^2 + 4, 5, 10^2 + 2 \cdot 4^2, 5^2, 11 + 2^2, 7^2, 11 + 2 \cdot 4, 7^2, 11 + 2, 4^2, 8, 11 + \\
&\quad 2 \cdot 2^2, 4, 10, 11 + 4^2, 10, 11 + 8, 10, 11 + 7, 11^2 + 2, 4, 5^2, 13 + 2 \cdot 2^2, 5, 7, 13 + 4, 5, 7, 13 + 2 \cdot 2^2, 4, 8, 13 + 4^2, 8, 13 + \\
&\quad 8^2, 13 + 5, 11, 13 + 2 \cdot 2, 4^2, 5, 14 + 2 \cdot 2^2, 4, 7, 14 + 4^2, 7, 14 + 7, 8, 14 + 2 \cdot 5, 10, 14 + 2 \cdot 2, 4, 5^2, 7^2 + 2, 4^2, 5, 7, 8 + \\
&\quad 2^2, 4, 7^2, 8 + 2, 4^2, 5^2, 10 + 2^2, 4, 5, 7, 10 + 2, 4, 7^2, 10 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 8, 10 + 2 \cdot 5, 7, 8, 10 + 2 \cdot 4, 8^2, 10 + 2 \cdot 2, 4^2, 10^2 + \\
&\quad 5^2, 10^2 + 2, 8, 10^2 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 7, 11 + 2 \cdot 5, 7^2, 11 + 2 \cdot 4, 7, 8, 11 + 4, 5, 10, 11 + 2, 7, 10, 11 + 4^2, 11^2 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5, 13 + \\
&\quad 2 \cdot 2, 4^2, 7, 13 + 5^2, 7, 13 + 4, 5, 8, 13 + 2, 7, 8, 13 + 2 \cdot 2, 4, 11, 13 + 4, 5, 7, 14 + 2, 7^2, 14 + 4^2, 8, 14 + 2, 4, 10, 14 \\
e_{14} &= 2 \cdot \overline{2^2, 5^2, 7^2 + 2 \cdot 4, 5^2, 7^2 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 7, 8 + 4^2, 5, 7, 8 + 2 \cdot 2, 4, 7^2, 8 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 8^2 + 2 \cdot 5, 7, 8^2 + 2 \cdot 2^2, 4, 5^2, 10 + \\
&\quad 4^2, 5^2, 10 + 2 \cdot 2, 4, 5, 7, 10 + 2 \cdot 2^2, 7^2, 10 + 2 \cdot 4, 7^2, 10 + 2, 4^2, 8, 10 + 5^2, 8, 10 + 2 \cdot 2, 8^2, 10 + 2^2, 4, 10^2 + 4^2, 10^2 + \\
&\quad 8, 10^2 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5, 11 + 2, 4^2, 7, 11 + 5^2, 7, 11 + 2 \cdot 4, 5, 8, 11 + 2 \cdot 2, 7, 8, 11 + 2, 5, 10, 11 + 7, 10, 11 + 2, 4, 11^2 + \\
&\quad 2, 4^2, 5, 13 + 2^2, 4, 7, 13 + 4^2, 7, 13 + 2, 5, 8, 13 + 7, 8, 13 + 2 \cdot 2^2, 11, 13 + 2 \cdot 4, 11, 13 + 4, 5^2, 14 + 2, 5, 7, 14 + 7^2, 14 + \\
&\quad 2, 4, 8, 14 + 2^2, 10, 14 + 4, 10, 14 + 2 \cdot 4, 5^2, 7, 8 + 2, 5, 7^2, 8 + 4^2, 5, 8^2 + 2 \cdot 2, 4, 7, 8^2 + 2 \cdot 2, 5^2, 7, 10 + 5, 7^2, 10 + \\
&\quad 2^2, 7, 8, 10 + 4, 7, 8, 10 + 2 \cdot 2^2, 5, 10^2 + 2 \cdot 4, 5, 10^2 + 2 \cdot 4^2, 5^2, 11 + 2^2, 7^2, 11 + 4, 7^2, 11 + 2, 4^2, 8, 11 + 2 \cdot 2^2, 4, 10, 11 + \\
&\quad 2 \cdot 4^2, 10, 11 + 8, 10, 11 + 7, 11^2 + 2, 4, 5^2, 13 + 2 \cdot 2^2, 5, 7, 13 + 2 \cdot 4, 5, 7, 13 + 2 \cdot 2^2, 4, 8, 13 + 2 \cdot 4^2, 8, 13 + 8^2, 13 + \\
&\quad 5, 11, 13 + 2 \cdot 2, 4^2, 5, 14 + 2 \cdot 2^2, 4, 7, 14 + 2 \cdot 4^2, 7, 14 + 7, 8, 14 + 2 \cdot 5, 10, 14 + 2 \cdot 2, 4, 5^2, 7^2 + 2, 4^2, 5, 7, 8 + 2^2, 4, 7^2, 8 + \\
&\quad 2, 4^2, 5^2, 10 + 2^2, 4, 5, 7, 10 + 2 \cdot 2, 4, 7^2, 10 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 8, 10 + 2 \cdot 5, 7, 8, 10 + 2 \cdot 4, 8^2, 10 + 2, 4^2, 10^2 + 5^2, 10^2 + 2, 8, 10^2 + \\
&\quad 2 \cdot 2^2, 4^2, 7, 11 + 2 \cdot 5, 7^2, 11 + 2 \cdot 4, 7, 8, 11 + 4, 5, 10, 11 + 2, 7, 10, 11 + 4^2, 11^2 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5, 13 + 2, 4^2, 7, 13 + 5^2, 7, 13 + \\
&\quad 4, 5, 8, 13 + 2, 7, 8, 13 + 2 \cdot 2, 4, 11, 13 + 4, 5, 7, 14 + 2, 7^2, 14 + 4^2, 8, 14 + 2, 4, 10, 14
\end{aligned}$$

Primitive central idempotents of $\mathbb{F}_3 S_n$ for $n \equiv 1 \pmod{3}$ and $n \leq 31$:

$$\begin{aligned}
e_1 &= \overline{1|_1 + 2^2|_4 + 2, 4 + 2 \cdot 7|_7 + 4^2|_{10 + 2, 4, 5 + 2 \cdot 2^2, 7 + 11 + 2 \cdot 4, 8 + 2 \cdot 2, 10 + 4^2, 5 + 2 \cdot 2, 4, 7 + 13|_{13 + 2 \cdot 2^2, 5^2 + 4, 10 + 2 \cdot 2, 5, 8 +}} \\
&\quad 2^2, 11 + 2 \cdot 2, 4, 5^2 + 2 \cdot 2^2, 4, 8 + 8^2 + 5, 11|_{16 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5 + 5^2, 7 + 2 \cdot 2, 4, 11 + 17 + 2 \cdot 2, 4, 5, 7 + 2 \cdot 7, 11 + 5, 13 + 2 \cdot 4, 14 +} \\
&\quad 2, 16 + 2^2, 4^2, 7 + 5, 7^2 + 2 \cdot 4, 7, 8 + 2 \cdot 4, 5, 10 + 2 \cdot 2, 7, 10 + 4^2, 11 + 2 \cdot 19|_{19 + 2 \cdot 4^2, 5, 7 + 2 \cdot 2^2, 8^2 + 2, 4^2, 10 + 2 \cdot 10^2 + 7, 13 +} \\
&\quad 2^2, 4, 5, 8 + 2 \cdot 5, 8^2 + 2 \cdot 4, 7, 10 + 2 \cdot 5^2, 11 + 4^2, 13 + 2 \cdot 2, 5, 14 + 2^2, 17 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5^2 + 2 \cdot 4^2, 7^2 + 2^2, 8, 10 + 2, 4, 5, 11 + \\
&\quad 2^2, 7, 11 + 2 \cdot 11^2 + 2^2, 5, 13 + 2 \cdot 2^2, 4, 14 + 8, 14 + 5, 17|_{22 + 2 \cdot 2, 4, 5^2, 7 + 2^2, 5, 7^2 + 2 \cdot 2^2, 4, 7, 8 + 7, 8^2 + 2^2, 4^2, 11 +} \\
&\quad 2, 10, 11 + 2, 8, 13 + 4, 5, 14 + 2, 7, 14 + 2, 5, 16 + 2 \cdot 2, 4, 17 + 2^2, 4^2, 5, 7 + 2 \cdot 5^2, 7^2 + 2 \cdot 4, 5, 7, 8 + 2, 7^2, 8 + 4^2, 8^2 + 2, 4, 8, 10 + \\
&\quad 2 \cdot 2^2, 10^2 + 2, 4, 7, 11 + 2, 4, 5, 13 + 2 \cdot 2^2, 7, 13 + 2^2, 4, 16 + 2 \cdot 2, 4, 5, 7^2 + 2 \cdot 2, 4^2, 7, 8 + 2 \cdot 2^2, 5, 8^2 + 2 \cdot 2^2, 4, 7, 10 + 2 \cdot 7, 8, 10 + \\
&\quad 2 \cdot 2^2, 5^2, 11 + 2 \cdot 7^2, 11 + 2 \cdot 4, 10, 11 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 13 + 2 \cdot 5, 7, 13 + 2 \cdot 4, 8, 13 + 2 \cdot 2, 10, 13 + 2 \cdot 4, 7, 14 + 2 \cdot 4, 5, 16 + 2, 7, 16 + \\
&\quad 4^2, 17|_{25 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 7^2 + 5^2, 8^2 + 4, 5, 7, 10 + 2 \cdot 2, 4, 10^2 + 2 \cdot 4^2, 7, 11 + 2 \cdot 2, 5, 8, 11 + 4^2, 5, 13 + 2, 4, 7, 13 + 2 \cdot 2^2, 8, 14 +} \\
&\quad 2 \cdot 10, 16 + 2^2, 5, 17 + 7, 19 + 4^2, 5, 7^2 + 2 \cdot 5^2, 7, 8 + 2^2, 7, 8^2 + 2^2, 4^2, 7, 10 + 2^2, 5, 8, 10 + 2, 4, 5^2, 11 + 2 \cdot 8^2, 11 + 2 \cdot 5, 11^2 + \\
&\quad 7^2, 13 + 4, 10, 13 + 2 \cdot 2, 11, 14 + 4, 7, 16 + 2 \cdot 5^2, 17 + 2, 8, 17 + 4^2, 19 + 2 \cdot 2^2, 5^2, 7^2 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 7, 8 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 8^2 + 5, 7, 8^2 + \\
&\quad 2 \cdot 2^2, 4, 5^2, 10 + 2 \cdot 4, 7^2, 10 + 2 \cdot 4^2, 10^2 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5, 11 + 2 \cdot 5^2, 7, 11 + 2 \cdot 4, 5, 8, 11 + 2, 5, 10, 11 + 2 \cdot 4^2, 7, 13 + 2 \cdot 2^2, 11, 13 + \\
&\quad 2 \cdot 4, 5^2, 14 + 2 \cdot 2, 5, 7, 14 + 2, 4, 8, 14 + 2 \cdot 2^2, 10, 14 + 14^2 + 2^2, 8, 16 + 2 \cdot 2, 4, 5, 17 + 2^2, 7, 17 + 11, 17 + 2^2, 5, 19|_{28 + 2 \cdot} \\
&\quad 4^2, 5, 8^2 + 2, 4, 7, 8^2 + 2, 4, 5, 8, 10 + 2^2, 5, 10^2 + 2 \cdot 4^2, 5^2, 11 + 2 \cdot 2, 4, 5, 7, 11 + 2 \cdot 2, 4^2, 8, 11 + 2 \cdot 8, 10, 11 + 7, 11^2 + 2, 4, 5^2, 13 + \\
&\quad 2 \cdot 2^2, 5, 7, 13 + 2 \cdot 2^2, 4, 8, 13 + 8^2, 13 + 2 \cdot 5, 11, 13 + 2, 4^2, 5, 14 + 2^2, 4, 7, 14 + 2 \cdot 7, 8, 14 + 5, 10, 14 + 4, 11, 14 + 2 \cdot 2, 13, 14 + 2 \cdot \\
&\quad 2^2, 4, 5, 16 + 2 \cdot 5, 8, 16 + 5, 7, 17 + 2 \cdot 4, 8, 17 + 2 \cdot 5^2, 19 + 2, 8, 19 + 2, 7, 20 + 2 \cdot 2, 5, 22 + 2, 4, 23 + 2 \cdot 2^2, 25 + 29 + 2 \cdot 2, 4, 5^2, 7^2 + \\
&\quad 2, 4^2, 5, 7, 8 + 2 \cdot 2^2, 5^2, 8^2 + 2 \cdot 7^2, 8^2 + 2, 4^2, 5^2, 10 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 8, 10 + 2 \cdot 4, 7, 8, 11 + 2 \cdot 2, 7, 10, 11 + 2 \cdot 4^2, 11^2 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5, 13 + 2 \cdot \\
&\quad 5^2, 7, 13 + 2 \cdot 4, 5, 8, 13 + 2 \cdot 2, 7, 8, 13 + 2, 5, 10, 13 + 2 \cdot 2^2, 13^2 + 2 \cdot 2, 7^2, 14 + 4, 5^2, 16 + 2 \cdot 2, 5, 7, 16 + 2 \cdot 2^2, 10, 16 + 4^2, 5, 17 + \\
&\quad 2 \cdot 2, 4, 7, 17 + 2^2, 7, 19 + 2^2, 4, 22 + 2 \cdot 2, 4, 26 + 2 \cdot 2, 28 + 2^2, 4^2, 5, 7^2 + 2 \cdot 2, 4, 5, 7, 8 + 4^2, 7, 8^2 + 4, 5^2, 7, 10 + 2 \cdot 2, 5, 7^2, 10 + \\
&\quad 2^2, 7, 10^2 + 4^2, 5, 7, 11 + 2, 4, 7^2, 11 + 2 \cdot 5^2, 8, 11 + 2, 4^2, 10, 11 + 2 \cdot 10^2, 11 + 2 \cdot 2, 4, 5, 7, 13 + 2 \cdot 2^2, 7^2, 13 + 2 \cdot 2, 4^2, 8, 13 + \\
&\quad 2^2, 4, 10, 13 + 8, 10, 13 + 7, 11, 13 + 2 \cdot 5, 13^2 + 2 \cdot 2, 4^2, 7, 14 + 2^2, 5, 8, 14 + 2 \cdot 7, 10, 14 + 4, 13, 14 + 2^2, 4, 7, 16 + 7, 8, 16 + \\
&\quad 5, 10, 16 + 2^2, 5^2, 17 + 2^2, 4^2, 19 + 5, 7, 19 + 2 \cdot 4, 8, 19 + 2 \cdot 2, 10, 19 + 2 \cdot 4, 7, 20 + 4, 5, 22 + 2, 7, 22 + 4^2, 23 + 2 \cdot 2, 4, 25 + 31
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
e_4 = & 2 \cdot \overline{2^2} \cdot 4 + 2 \cdot \overline{4^2} + 2 \cdot \overline{8} + \overline{2^2} \cdot 5 + \overline{4} \cdot 5 + 2 \cdot \overline{2} \cdot 4^2 + 2 \cdot \overline{5^2} + 2 \cdot \overline{2} \cdot 8 |_{10} + \overline{2} \cdot 4 \cdot 5 + 2 \cdot \overline{2^2} \cdot 7 + 2 \cdot \overline{4} \cdot 7 + 2 \cdot \overline{11} + 2 \cdot \overline{2} \cdot 5^2 + \overline{5} \cdot 7 + \overline{2^2} \cdot 4 \cdot 5 + \overline{4^2} \cdot 5 + 2 \cdot \overline{2} \cdot 2, \\
& 2, 4, 7 + \overline{5}, 8 + 2 \cdot 2, 11 |_{13} + \overline{2^2} \cdot 5^2 + \overline{7^2} + 2 \cdot \overline{2} \cdot 4, 8 + 2 \cdot \overline{2^2}, 10 + 2 \cdot 4, 10 + 2 \cdot \overline{2} \cdot 4^2, 5 + 2 \cdot \overline{2^2}, 4, 7 + 2 \cdot \overline{4^2}, 7 + \overline{2} \cdot 5, 8 + 5, 10 + 2 \cdot \overline{2^2}, 11 + \\
& 2 \cdot \overline{4}, 11 + 2 \cdot 4, 5^2 + 2 \cdot 4, 5, 7 + 2, 7^2 + 2^2, 4, 8 + 2 \cdot \overline{8^2} + 2 \cdot \overline{2} \cdot 4, 10 + 2 \cdot \overline{5}, 11 |_{16} + \overline{2^2} \cdot 4^2, 5 + 2, 4^2, 7 + 2 \cdot \overline{4} \cdot 5, 8 + 2 \cdot \overline{2}, 7, 8 + 2, 5, 10 + \\
& 2 \cdot \overline{7}, 10 + 2 \cdot \overline{2}, 4, 11 + 2 \cdot \overline{17} + 2 \cdot \overline{2}, 4, 5, 7 + 2 \cdot \overline{2^2}, 7^2 + 2 \cdot \overline{2} \cdot 4, 7^2 + 2 \cdot \overline{2} \cdot 4^2, 8 + \overline{5^2}, 8 + 2, 8^2 + 2^2, 4, 10 + 4^2, 10 + 8, 10 + 2, 5, 11 + 2 \cdot \\
& 7, 11 + 2^2, 14 + 4, 14 + 2^2, 4^2, 7 + 2 \cdot 4, 7, 8 + 2 \cdot 2, 7, 10 + 2 \cdot 8, 11 + 2 \cdot 5, 14 + 2 \cdot \overline{2}, 17 |_{19} + 2, 4^2, 5^2 + 4^2, 5, 7 + 2^2, 4^2, 8 + 2 \cdot 2, 5^2, 8 + \\
& 2 \cdot \overline{5}, 7, 8 + 4, 8^2 + 2 \cdot \overline{5^2}, 10 + 2 \cdot \overline{2^2}, 5, 11 + 4, 5, 11 + 2 \cdot \overline{2}, 4, 14 + 2 \cdot \overline{2^2}, 16 + 2 \cdot 4, 5^2, 7 + 4, 5^2, 7 + 2, 5, 7^2 + 2 \cdot \overline{4}, 7, 8 + \\
& 2 \cdot \overline{5}, 8^2 + 2 \cdot \overline{4}, 5, 10 + 2 \cdot \overline{2^2}, 7, 10 + 2 \cdot 4, 7, 10 + 2 \cdot \overline{5^2}, 11 + 2 \cdot \overline{2^2}, 4, 13 + 2 \cdot \overline{4^2}, 13 + 2 \cdot \overline{8}, 13 + 2, 5, 14 + 7, 14 + 5, 16 + 2 \cdot \overline{2^2}, 17 + \\
& 2 \cdot \overline{4}, 17 + 2 \cdot \overline{2^2}, 4^2, 5^2 + 2^2, 4, 7^2 + 2 \cdot \overline{4^2}, 7^2 + 2 \cdot \overline{2^2}, 5^2, 8 + 4, 5^2, 8 + 2, 5, 7, 8 + 2 \cdot \overline{7^2}, 8 + 2 \cdot \overline{2}, 4, 8^2 + 2^2, 4^2, 10 + 2, 5^2, 10 + 2 \cdot \\
& 5, 7, 10 + 2 \cdot \overline{2^2}, 8, 10 + 4, 8, 10 + 2, 4, 5, 11 + 4, 7, 11 + 11^2 + 2^2, 5, 13 + 4, 5, 13 + 2^2, 4, 14 + 2 \cdot \overline{4^2}, 14 + 2 \cdot \overline{8}, 14 + 2 \cdot \overline{2}, 4, 16 + 2 \cdot \\
& 5, 17 |_{22} + 2 \cdot \overline{2}, 4, 5^2, 7 + 2^2, 5, 7^2 + 2 \cdot \overline{4}, 5, 7^2 + 2 \cdot \overline{2^2}, 4, 7, 8 + 4^2, 7, 8 + 2, 5, 8^2 + 7, 8^2 + \overline{2}, 4, 7, 10 + 2^2, 4^2, 11 + 2, 5^2, 11 + 2 \cdot \\
& 5, 7, 11 + 2 \cdot \overline{4}, 8, 11 + 2 \cdot \overline{5^2}, 13 + 4, 5, 14 + 2 \cdot 7, 14 + 2, 5, 16 + 2 \cdot \overline{7}, 16 + 2^2, 19 + 4, 19 + 2^2, 4^2, 5, 7 + 2, 4^2, 7^2 + 2 \cdot \overline{2}, 4, 5^2, 8 + \\
& 4, 5, 7, 8 + 2, 7^2, 8 + 2^2, 4, 8^2 + 2 \cdot \overline{4^2}, 8^2 + 2 \cdot 2, 5, 7, 10 + 2 \cdot 7^2, 10 + 2 \cdot 2, 4, 8, 10 + 2^2, 4, 5, 11 + 2 \cdot \overline{2^2}, 7, 13 + 2 \cdot 4, 7, 13 + 2 \cdot 11, 13 + \\
& 2, 4^2, 14 + 10, 14 + 2 \cdot \overline{2^2}, 4, 16 + 2 \cdot 4^2, 16 + 2 \cdot 8, 16 + 2 \cdot 7, 17 + 2 \cdot 5, 19 + 2 \cdot 2, 4, 5, 5^2, 7^2 + 2 \cdot \overline{2}, 4^2, 7, 8 + 5^2, 7, 8 + 2 \cdot \overline{2^2}, 5, 8^2 + 2 \cdot \\
& 4, 5, 8^2 + 2, 7, 8^2 + 2 \cdot \overline{2^2}, 4, 7, 10 + 4^2, 7, 10 + 2 \cdot \overline{2^2}, 5^2, 11 + 2 \cdot 4, 5^2, 11 + 2, 5, 7, 11 + 7^2, 11 + 2 \cdot \overline{2^2}, 10, 11 + 2 \cdot 4, 10, 11 + 2 \cdot \\
& 2^2, 4^2, 13 + 5, 7, 13 + 2 \cdot \overline{2^2}, 8, 13 + 2 \cdot \overline{2^2}, 5, 16 + 2 \cdot 4, 5, 16 + 4^2, 7, 16 + 2^2, 17 + 2 \cdot 4, 19 |_{25} + 2 \cdot \overline{2^2}, 4^2, 7^2 + 2 \cdot \overline{2}, 5^2, 7^2 + 2 \cdot \\
& 2, 4, 5, 7, 8 + 2 \cdot 2, 4^2, 8^2 + 2 \cdot 5^2, 8^2 + 2 \cdot 2, 4, 5^2, 10 + 4, 5, 7, 10 + 2^2, 4, 8, 10 + 4^2, 8, 10 + 2 \cdot 8^2, 10 + 2 \cdot 2, 4, 10^2 + 2 \cdot 2, 4^2, 5, 11 + \\
& 2 \cdot \overline{2^2}, 4, 7, 11 + 2 \cdot 2, 5, 8, 11 + 2 \cdot 4, 11^2 + 2 \cdot \overline{2^2}, 4, 5, 13 + 2 \cdot 4^2, 5, 13 + 2 + 4, 7, 13 + 5, 8, 13 + 2, 11, 13 + 2 \cdot \overline{13^2} + 2 \cdot 5, 7, 14 + 2 \cdot \\
& 2^2, 8, 14 + 2 \cdot 2, 10, 14 + 2, 4^2, 16 + 2 \cdot 5^2, 16 + 2 \cdot 10, 16 + 2, 5, 19 + 2 \cdot 2, 4, 20 + 2 \cdot 2^2, 22 + 2 \cdot \overline{4}, 22 + 2 \cdot \overline{26} + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 7^2 + 4^2, 5, 7^2 + \\
& 2^2, 4^2, 7, 8 + 2, 5^2, 7, 8 + 2 \cdot 5, 7^2, 8 + 2^2, 7, 8^2 + 2, 4^2, 7, 10 + 5^2, 7, 10 + 2 \cdot 2^2, 5, 8, 10 + 2 \cdot 4, 5, 8, 10 + 2 \cdot 5, 10^2 + 2, 4, 5^2, 11 + \\
& 2^2, 5, 7, 11 + 2 \cdot 4, 5, 7, 11 + 2 \cdot 7^2, 11 + 4^2, 8, 11 + 2 \cdot 8^2, 11 + 2, 4, 10, 11 + 2 \cdot 5, 11^2 + 2 \cdot \overline{2^2}, 5^2, 13 + 2, 5, 7, 13 + 7^2, 13 + \\
& 2^2, 10, 13 + 4, 10, 13 + 2^2, 4, 5, 14 + 2 \cdot 4^2, 5, 14 + 2 \cdot 2, 11, 14 + 2 \cdot 13, 14 + 2, 4, 5, 16 + 2^2, 7, 16 + 4, 7, 16 + 11, 16 + 2, 4^2, 17 + \\
& 5^2, 17 + 10, 17 + 8, 19 + 2, 5, 20 + 5, 22 + 2^2, 23 + 4, 23 + 2 \cdot 2^2, 5^2, 7^2 + 2 \cdot \overline{2^2}, 4, 5, 7, 8 + 2 \cdot 4^2, 5, 7, 8 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 8^2 + 5, 7, 8^2 + 2 \cdot \\
& 2 \cdot 2^2, 4, 5^2, 10 + 4^2, 5^2, 10 + 2 \cdot 2, 4, 5, 7, 10 + 2^2, 7^2, 10 + 2 \cdot 4, 7^2, 10 + 2 \cdot 2, 4^2, 8, 10 + 2 \cdot 5^2, 8, 10 + 2 \cdot 4^2, 10^2 + 2 \cdot \\
& 8, 10^2 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5, 11 + 2, 4^2, 7, 11 + 5^2, 7, 11 + 2 \cdot 4, 5, 8, 11 + 2 \cdot 2, 7, 8, 11 + 2 \cdot 5, 10, 11 + 2 \cdot 7, 10, 11 + 2 \cdot 2, 4^2, 5, 13 + 2 \cdot \\
& 4^2, 7, 13 + 2 \cdot 2, 5, 8, 13 + 2 \cdot 5, 10, 13 + 2^2, 11, 13 + 2 \cdot 2, 13^2 + 4, 5^2, 14 + 2 \cdot 2, 5, 7, 14 + 2 \cdot 7^2, 14 + 2 \cdot 2^2, 10, 14 + 14^2 + 2^2, 4^2, 16 + \\
& 2 \cdot 2, 5^2, 16 + 2 \cdot 2^2, 8, 16 + 2 \cdot 2, 10, 16 + 2 \cdot 4, 5, 17 + 2^2, 7, 17 + 2 \cdot 4, 7, 17 + 11, 17 + 2 \cdot 4, 5, 19 + 2 \cdot 4^2, 20 + 2 \cdot 8, 20 + 2 \cdot 2, 4, 22 + \\
& 2 \cdot 5, 23 + 2 \cdot 2, 26 |_{28} + 2, 4^2, 5, 7^2 + 2 \cdot 4^2, 5, 8^2 + 2, 4, 7, 8^2 + 2^2, 4^2, 7, 10 + 5, 7^2, 10 + 2, 4, 5, 8, 10 + 2 \cdot 4, 7, 8, 10 + 2^2, 5, 10^2 + \\
& 2 \cdot 4, 5, 10^2 + 2 \cdot 2, 7, 10^2 + 2^2, 4, 5^2, 11 + 2 \cdot 4^2, 5^2, 11 + 2, 4, 5, 7, 11 + 4, 7^2, 11 + 2, 4^2, 8, 11 + 2 \cdot 5^2, 8, 11 + 2, 4, 5^2, 13 + 2 \cdot \\
& 2^2, 5, 7, 13 + 4, 5, 7, 13 + 2 \cdot 2, 7^2, 13 + 2^2, 4, 8, 13 + 8^2, 13 + 2, 4, 10, 13 + 2 \cdot 4^2, 5, 14 + 2^2, 4, 7, 14 + 2 \cdot 2, 5, 8, 14 + 2 \cdot 7, 8, 14 + \\
& 5, 10, 14 + 2 \cdot 4, 11, 14 + 2 \cdot 2, 13, 14 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 16 + 2 \cdot 4^2, 5, 16 + 2 \cdot 2, 4, 7, 16 + 2 \cdot 5, 8, 16 + 2 \cdot 11, 16 + 13, 16 + 2 \cdot 2, 5^2, 17 + \\
& 4, 8, 17 + 2 \cdot 2, 10, 17 + 2 \cdot 2, 8, 19 + 2, 7, 20 + 2 \cdot 2, 5, 22 + 2, 4, 23 + 2^2, 25 + 4, 25 + 2 \cdot 29 + 2 \cdot 2, 4, 5^2, 7^2 + 2 \cdot \overline{2^2}, 4^2, 5^2, 8 + \\
& 2, 4^2, 5, 7, 8 + 2 \cdot 2^2, 5^2, 8^2 + 2 \cdot 4, 5^2, 8^2 + 2 \cdot 2, 5, 7, 8^2 + 2 \cdot 7^2, 8^2 + 2, 4^2, 5^2, 10 + 4^2, 5, 7, 10 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 8, 10 + 2, 5^2, 8, 10 + \\
& 5, 7, 8, 10 + 2 \cdot 4, 8^2, 10 + 2 \cdot 2, 4^2, 10^2 + 2 \cdot 2, 8, 10^2 + 2 \cdot 5, 7^2, 11 + 2 \cdot 2, 4, 5, 8, 11 + 2^2, 5, 10, 11 + 2 \cdot 4^2, 11^2 + 2 \cdot 8, 11^2 + \\
& 2^2, 4^2, 5, 13 + 2, 4^2, 7, 13 + 5^2, 7, 13 + 2 \cdot 2^2, 5, 8, 13 + 2 \cdot 2, 7, 8, 13 + 2 \cdot 2, 5, 10, 13 + 7, 10, 13 + 2^2, 13^2 + 4, 13^2 + 2 \cdot 2^2, 5, 7, 14 + \\
& 4, 5, 7, 14 + 2 \cdot 2, 7^2, 14 + 2 \cdot 2^2, 4, 8, 14 + 2 \cdot 4^2, 8, 14 + 2 \cdot 8^2, 14 + 2, 4, 10, 14 + 2 \cdot 5, 11, 14 + 2 \cdot 2, 14^2 + 4, 5^2, 16 + 2 \cdot 4, 8, 16 + 2 \cdot \\
& 2^2, 4, 5, 17 + 4^2, 5, 17 + 2 \cdot 2, 4, 7, 17 + 2 \cdot 5, 8, 17 + 2 \cdot 2, 11, 17 + 2 \cdot 13, 17 + 2 \cdot 11, 19 + 2 \cdot 5^2, 20 + 2 \cdot 2, 8, 20 + 10, 20 + 2 \cdot 8, 22 + \\
& 2 \cdot 2, 5, 23 + 7, 23 + 2 \cdot 5, 25 + 2^2, 4^2, 5, 7^2 + 2^2, 5, 7^2, 8 + 2 \cdot 4, 5, 7^2, 8 + 2, 4^2, 5, 8^2 + 2^2, 4, 7, 8^2 + 4^2, 7, 8^2 + 2^2, 5^2, 7, 10 + \\
& 4, 5^2, 7, 10 + 2 \cdot 2, 5, 7^2, 10 + 2^2, 4, 5, 8, 10 + 2 \cdot 5, 8^2, 10 + 2 \cdot 4, 7, 10^2 + 2^2, 4, 5, 7, 11 + 4^2, 5, 7, 11 + 2, 4, 7^2, 11 + 2, 5^2, 8, 11 + \\
& 2 \cdot 5, 7, 8, 11 + 2^2, 8^2, 11 + 2, 4^2, 10, 11 + 5^2, 10, 11 + 2 \cdot 8, 10, 11 + 2 \cdot 10^2, 11 + 2 \cdot 2^2, 5, 11^2 + 2 \cdot 2^2, 4, 5^2, 13 + 2 \cdot 2, 4, 5, 7, 13 + \\
& 2 \cdot 5, 7, 8, 13 + 2 \cdot 4, 7^2, 13 + 2 \cdot 2, 4^2, 8, 13 + 5^2, 8, 13 + 2 \cdot 2, 8^2, 13 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5, 14 + 2 \cdot 2, 4^2, 7, 14 + 2 \cdot 2^2, 5, 8, 14 + 4, 5, 8, 14 + 2 \cdot \\
& 2, 7, 8, 14 + 2 \cdot 2, 5, 10, 14 + 2 \cdot 2, 7, 14 + 4^2, 7, 16 + 7, 8, 16 + 5, 10, 16 + 2, 13, 16 + 2 \cdot 2^2, 5^2, 17 + 4, 5^2, 17 + 2 \cdot 2, 5, 7, 17 + \\
& 2 \cdot 2^2, 10, 17 + 14, 17 + 4, 8, 19 + 2^2, 7, 20 + 2 \cdot 4, 7, 20 + 11, 20 + 4, 5, 22 + 2^2, 4, 23 + 4^2, 23 + 8, 23 + 2, 4, 25 + 5, 26 + 2 \cdot 2, 29
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
e_5 = & \overline{2^2}, \overline{4+2\cdot 4^2+\overline{8+2^2}}, \overline{5+2\cdot 4^2+2\cdot \overline{5^2}} + 2\cdot \overline{2}, \overline{8|_{10}+2}, \overline{4, 5+2\cdot \overline{2^2}}, \overline{7+4, 7+2\cdot \overline{11+2}}, \overline{5^2+5}, \overline{7+2\cdot \overline{2^2}}, \overline{4, 5+4^2}, \overline{5+2\cdot 5+2}, \\
& 2, 4, 7+2\cdot \overline{5}, \overline{8+2, 11|_{13}+2^2}, \overline{5^2+7^2+2}, \overline{4, 8+2^2}, \overline{10+2\cdot 4}, \overline{10+2, 4^2}, \overline{5+2^2}, \overline{4, 7+2\cdot 4^2}, \overline{7+2, 5, 8+2\cdot 5}, \overline{10+2\cdot \overline{2^2}}, \overline{11+} \\
& 4, \overline{11+2}, \overline{2, 4, 5^2+4}, \overline{5, 7+2\cdot 2}, \overline{7^2+2^2}, \overline{4, 8+2\cdot 8^2+2}, \overline{4, 10+2\cdot 5}, \overline{11|_{16}+2^2}, \overline{4^2}, \overline{5+2\cdot 2}, \overline{4^2}, \overline{7+2\cdot 4}, \overline{5, 8+2\cdot 2}, \overline{7, 8+2\cdot 5}, \overline{10+} \\
& \overline{7}, \overline{10+2\cdot 2}, \overline{4, 11+2\cdot 17+2\cdot 2}, \overline{4, 5, 7+2\cdot 2^2}, \overline{7^2+2\cdot 2}, \overline{4^2}, \overline{8+2\cdot 5^2}, \overline{8+2\cdot 2}, \overline{8^2+2^2}, \overline{4, 10+2\cdot 4^2}, \overline{10+8}, \overline{10+2\cdot 2}, \overline{5, 11+} \\
& \overline{2\cdot 7}, \overline{11+2\cdot \overline{2^2}}, \overline{14+4, 14+2^2}, \overline{4^2}, \overline{7+2\cdot 4}, \overline{7, 8+2\cdot 2}, \overline{7, 10+8}, \overline{11+5}, \overline{14+2}, \overline{17|_{19}+2\cdot 2}, \overline{4^2}, \overline{5^2+4^2}, \overline{5, 7+2\cdot 2^2}, \overline{4^2}, \overline{8+2\cdot} \\
& \overline{2}, \overline{5^2}, \overline{8+5}, \overline{7, 8+2\cdot 4}, \overline{8^2+5^2}, \overline{10+2\cdot 2^2}, \overline{5, 11+2\cdot 4}, \overline{5, 11+2}, \overline{4, 14+2^2}, \overline{16+2\cdot 4}, \overline{16+2^2}, \overline{5^2}, \overline{7+2\cdot 4}, \overline{5^2}, \overline{7+2\cdot 2}, \overline{5, 7^2+2\cdot} \\
& \overline{2}, \overline{4, 7, 8+2\cdot 5}, \overline{8^2+2\cdot 2}, \overline{4, 5, 10+2^2}, \overline{7, 10+2\cdot 4}, \overline{7, 10+2\cdot 5^2}, \overline{11+2^2}, \overline{4, 13+2\cdot 4^2}, \overline{13+8}, \overline{13+2\cdot 5}, \overline{14+2\cdot 5}, \overline{16+2\cdot} \\
& \overline{2^2}, \overline{17+4}, \overline{17+2\cdot 2^2}, \overline{4^2}, \overline{5^2+2\cdot 2^2}, \overline{4, 7^2+2\cdot 4^2}, \overline{7^2+2^2}, \overline{5^2}, \overline{8+4, 5^2}, \overline{8+2, 5, 7, 8+7^2}, \overline{8+2\cdot 2}, \overline{4, 8^2+2\cdot 2^2}, \overline{4^2}, \overline{10+2\cdot 5^2}, \overline{10+} \\
& \overline{5, 7, 10+2\cdot 2^2}, \overline{8, 10+2\cdot 4}, \overline{8, 10+2}, \overline{4, 5, 11+2\cdot 4}, \overline{7, 11+11^2+2^2}, \overline{5, 13+2\cdot 4}, \overline{5, 13+2^2}, \overline{4, 14+4^2}, \overline{14+2\cdot 8}, \overline{14+2}, \overline{4, 16+2\cdot} \\
& \overline{5, 17|_{22}+2\cdot 2}, \overline{4, 5^2}, \overline{7+2^2}, \overline{5, 7^2+4}, \overline{5, 7^2+2\cdot 2^2}, \overline{4, 7, 8+2\cdot 4^2}, \overline{7, 8+2\cdot 2}, \overline{5, 8^2+7}, \overline{8^2+2\cdot 2}, \overline{4, 7, 10+2^2}, \overline{4^2}, \overline{11+2\cdot 2}, \overline{5^2}, \overline{11+} \\
& \overline{2\cdot 5}, \overline{7, 11+2\cdot 4}, \overline{8, 11+2\cdot 5^2}, \overline{13+4, 5, 14+2}, \overline{7, 14+2}, \overline{5, 16+7}, \overline{16+2^2}, \overline{19+2\cdot 4}, \overline{19+2^2}, \overline{4^2}, \overline{5, 7+2\cdot 2}, \overline{4^2}, \overline{7^2+2}, \overline{4, 5^2}, \overline{8+} \\
& \overline{4, 5, 7, 8+2}, \overline{7^2}, \overline{8+2\cdot 2^2}, \overline{4, 8^2+2\cdot 4^2}, \overline{8^2+2\cdot 2}, \overline{5, 7, 10+7^2}, \overline{10+2\cdot 2}, \overline{4, 8, 10+2\cdot 2^2}, \overline{4, 5, 11+2\cdot 2^2}, \overline{7, 13+4}, \overline{7, 13+2\cdot 11}, \overline{13+} \\
& \overline{2, 4^2}, \overline{14+10}, \overline{14+2\cdot 2^2}, \overline{4, 16+4^2}, \overline{16+2\cdot 8}, \overline{16+2\cdot 7}, \overline{17+2\cdot 5}, \overline{19+2\cdot 2}, \overline{4, 5, 5^2}, \overline{7^2+2\cdot 2}, \overline{4^2}, \overline{7, 8+2\cdot 5^2}, \overline{7, 8+2\cdot 2^2}, \overline{5, 8^2+} \\
& \overline{4, 5, 8^2+2\cdot 2}, \overline{7, 8^2+2\cdot 2^2}, \overline{4, 7, 10+2\cdot 4^2}, \overline{7, 10+2\cdot 2^2}, \overline{5^2}, \overline{11+4}, \overline{2\cdot 2}, \overline{5, 7, 11+7^2}, \overline{11+2^2}, \overline{10, 11+2\cdot 4}, \overline{10, 11+2\cdot} \\
& \overline{2^2}, \overline{4^2}, \overline{13+5}, \overline{7, 13+2^2}, \overline{8, 13+2^2}, \overline{5, 16+2\cdot 4}, \overline{5, 16+2\cdot 2}, \overline{7, 16+4^2}, \overline{17+2}, \overline{4, 19|_{25}+2\cdot 2^2}, \overline{4^2}, \overline{7^2+2}, \overline{5^2}, \overline{7^2+2}, \overline{4, 5}, \overline{7, 8+} \\
& \overline{2, 4^2}, \overline{8^2+5^2}, \overline{8^2+2}, \overline{4, 5^2}, \overline{10+4}, \overline{5, 7, 10+2\cdot 2^2}, \overline{4, 8, 10+4^2}, \overline{8, 10+8^2}, \overline{10+2\cdot 2}, \overline{4, 10^2+2}, \overline{4^2}, \overline{5, 11+2^2}, \overline{4, 7, 11+2\cdot} \\
& \overline{2}, \overline{5, 8, 11+4}, \overline{11^2+2^2}, \overline{4, 5, 13+2\cdot 4^2}, \overline{5, 13+2}, \overline{4, 7, 13+2\cdot 5}, \overline{8, 13+2\cdot 2}, \overline{11, 13+2\cdot 13^2+5}, \overline{7, 14+2\cdot 2^2}, \overline{8, 14+2}, \overline{10, 14+} \\
& \overline{2, 4^2}, \overline{16+5^2}, \overline{16+2\cdot 10}, \overline{16+2\cdot 2}, \overline{5, 19+2}, \overline{4, 20+2^2}, \overline{22+2\cdot 4}, \overline{22+26+2^2}, \overline{4, 5, 7^2+4^2}, \overline{5, 7^2+2\cdot 2^2}, \overline{4^2}, \overline{7, 8+2\cdot 5^2}, \overline{7, 8+} \\
& \overline{5, 7^2}, \overline{8+2^2}, \overline{7, 8^2+2}, \overline{4^2}, \overline{7, 10+2\cdot 4^2}, \overline{7, 10+2\cdot 2^2}, \overline{5^2}, \overline{11+4}, \overline{2\cdot 2}, \overline{5, 7, 11+7^2}, \overline{11+2^2}, \overline{10, 11+2\cdot 4}, \overline{10, 11+2\cdot} \\
& \overline{2^2}, \overline{4^2}, \overline{13+5}, \overline{7, 13+2^2}, \overline{8, 13+2^2}, \overline{5, 16+2\cdot 4}, \overline{5, 16+2\cdot 2}, \overline{7, 16+4^2}, \overline{17+2}, \overline{4, 19|_{25}+2\cdot 2^2}, \overline{4^2}, \overline{7^2+2}, \overline{5^2}, \overline{7^2+2}, \overline{4, 5}, \overline{7, 8+} \\
& \overline{2, 4^2}, \overline{8^2+5^2}, \overline{8^2+2}, \overline{2, 4, 5^2}, \overline{10+4}, \overline{5, 7, 10+2\cdot 2^2}, \overline{4, 8, 10+4^2}, \overline{8, 10+8^2}, \overline{10+2\cdot 2}, \overline{4, 10^2+2}, \overline{4^2}, \overline{5, 11+2^2}, \overline{4, 7, 11+2\cdot} \\
& \overline{2}, \overline{5, 8, 11+4}, \overline{11^2+2^2}, \overline{4, 5, 13+2\cdot 4^2}, \overline{5, 13+2}, \overline{4, 7, 13+2\cdot 5}, \overline{8, 13+2\cdot 2}, \overline{11, 13+2\cdot 13^2+5}, \overline{7, 14+2\cdot 2^2}, \overline{8, 14+2}, \overline{10, 14+} \\
& \overline{2, 4^2}, \overline{16+5^2}, \overline{16+2\cdot 10}, \overline{16+2\cdot 2}, \overline{5, 19+2}, \overline{4, 20+2^2}, \overline{22+2\cdot 4}, \overline{22+26+2^2}, \overline{4, 5, 7^2+4^2}, \overline{5, 7^2+2\cdot 2^2}, \overline{4^2}, \overline{7, 8+2\cdot 5^2}, \overline{7, 8+} \\
& \overline{5, 7^2}, \overline{8+2^2}, \overline{7, 8^2+2}, \overline{4^2}, \overline{7, 10+2\cdot 5^2}, \overline{7, 10+2\cdot 2^2}, \overline{5, 8, 10+4}, \overline{5, 8, 10+2\cdot 2}, \overline{5, 10^2+2}, \overline{4, 5, 10^2+} \\
& \overline{2}, \overline{7, 10^2+2\cdot 2^2}, \overline{4, 5^2}, \overline{11+2\cdot 4^2}, \overline{5^2}, \overline{11+2}, \overline{4, 5, 7, 11+2\cdot 4}, \overline{7^2}, \overline{11+2}, \overline{4^2}, \overline{8, 11+5^2}, \overline{8, 11+2}, \overline{4, 5^2}, \overline{13+2\cdot 2^2}, \overline{5, 7, 13+} \\
& \overline{2\cdot 4}, \overline{5, 7, 13+2\cdot 2}, \overline{7^2}, \overline{13+2^2}, \overline{4, 8, 13+8^2}, \overline{13+2\cdot 2}, \overline{4, 10, 13+2}, \overline{4^2}, \overline{5, 14+2^2}, \overline{4, 7, 14+2}, \overline{5, 8, 14+2\cdot 7}, \overline{8, 14+5}, \overline{10, 14+} \\
& \overline{2\cdot 4}, \overline{11, 14+2\cdot 2}, \overline{13, 14+2\cdot 2^2}, \overline{4, 5, 16+4^2}, \overline{5, 16+2\cdot 4}, \overline{7, 16+2\cdot 5}, \overline{8, 16+2\cdot 11}, \overline{16+2\cdot 13}, \overline{16+2\cdot 5^2}, \overline{17+4}, \overline{8, 17+2\cdot} \\
& \overline{2}, \overline{10, 17+2\cdot 2}, \overline{8, 19+2}, \overline{5, 20+2\cdot 5}, \overline{22+2\cdot 2}, \overline{23+2\cdot 4}, \overline{23+2\cdot 2^2}, \overline{5^2}, \overline{7^2+2\cdot 2}, \overline{4, 5^2}, \overline{7^2+2\cdot 2^2}, \overline{4^2}, \overline{5^2}, \overline{8+2\cdot 4^2}, \overline{5, 7, 8+} \\
& \overline{2\cdot 2}, \overline{4, 5^2}, \overline{10+2\cdot 4^2}, \overline{5^2}, \overline{10+2\cdot 4}, \overline{5, 7, 10+2\cdot 2^2}, \overline{7^2}, \overline{10+2\cdot 4}, \overline{7^2}, \overline{10+2\cdot 2}, \overline{4^2}, \overline{8, 10+2\cdot 5^2}, \overline{8, 10+2\cdot 4}, \overline{8, 10+2\cdot} \\
& \overline{2^2}, \overline{4^2}, \overline{5, 11+2\cdot 2}, \overline{4^2}, \overline{7, 11+2\cdot 4}, \overline{5, 8, 11+2\cdot 2}, \overline{7, 8, 11+2\cdot 5}, \overline{10, 11+2\cdot 5}, \overline{10, 11+2\cdot 4}, \overline{4^2}, \overline{5, 13+2\cdot 4^2}, \overline{7, 13+2\cdot} \\
& \overline{2}, \overline{5, 8, 13+5}, \overline{10, 13+2^2}, \overline{11, 13+2}, \overline{13^2+4}, \overline{5^2}, \overline{14+2\cdot 2}, \overline{5, 7, 14+7^2}, \overline{14+2\cdot 2^2}, \overline{10, 14+14^2+2\cdot 2^2}, \overline{4^2}, \overline{16+2\cdot 2}, \overline{5^2}, \overline{16+} \\
& \overline{2\cdot 2^2}, \overline{8, 16+2}, \overline{10, 16+2\cdot 2}, \overline{4, 5, 17+2^2}, \overline{7, 17+11}, \overline{17+11}, \overline{17+4}, \overline{5, 19+4^2}, \overline{20+2\cdot 8}, \overline{20+2}, \overline{4, 22+2\cdot 5}, \overline{23+2\cdot 2}, \overline{26|_{28}+} \\
& \overline{2\cdot 2}, \overline{4^2}, \overline{5, 7^2+2\cdot 2^2}, \overline{5, 8^2+2}, \overline{4, 7, 8^2+2\cdot 2^2}, \overline{4^2}, \overline{7, 10+2\cdot 5}, \overline{7^2}, \overline{10+2\cdot 4}, \overline{5, 8, 10+4}, \overline{7, 8, 10+2\cdot 2^2}, \overline{5, 10^2+4}, \overline{5, 10^2+} \\
& \overline{2}, \overline{7, 10^2+2\cdot 2^2}, \overline{4, 5^2}, \overline{11+2\cdot 4^2}, \overline{5^2}, \overline{11+2}, \overline{4, 5, 7, 11+2\cdot 4}, \overline{7^2}, \overline{11+2}, \overline{4^2}, \overline{8, 11+5^2}, \overline{8, 11+2}, \overline{4, 5^2}, \overline{13+2\cdot 2^2}, \overline{5, 7, 13+} \\
& \overline{2\cdot 4}, \overline{5, 7, 13+2\cdot 2}, \overline{7^2}, \overline{13+2^2}, \overline{4, 8, 13+8^2}, \overline{13+2\cdot 2}, \overline{4, 10, 13+2}, \overline{4^2}, \overline{5, 14+2^2}, \overline{4, 7, 14+2}, \overline{5, 8, 14+2\cdot 7}, \overline{8, 14+5}, \overline{10, 14+} \\
& \overline{2\cdot 4}, \overline{11, 14+2\cdot 2}, \overline{13, 14+2\cdot 2^2}, \overline{4, 5, 16+4^2}, \overline{5, 16+2\cdot 4}, \overline{7, 16+2\cdot 5}, \overline{8, 16+2\cdot 11}, \overline{16+2\cdot 13}, \overline{16+2\cdot 5^2}, \overline{17+4}, \overline{8, 17+2\cdot} \\
& \overline{2}, \overline{10, 17+2\cdot 2}, \overline{8, 19+2}, \overline{7, 20+2\cdot 5}, \overline{22+2\cdot 4}, \overline{23+2\cdot 2^2}, \overline{25+2\cdot 4}, \overline{25+2\cdot 2\cdot 5}, \overline{27+2\cdot 2}, \overline{4, 5^2}, \overline{7^2+2\cdot 2^2}, \overline{4^2}, \overline{5^2}, \overline{8+2\cdot 4^2}, \overline{5, 7, 8+} \\
& \overline{2\cdot 2}, \overline{4, 5^2}, \overline{8^2+4}, \overline{5^2}, \overline{8^2+2}, \overline{5, 7, 8^2+2}, \overline{4^2}, \overline{7, 10+2\cdot 7}, \overline{8^2+2}, \overline{10+2\cdot 4^2}, \overline{5, 7, 10+2\cdot 2^2}, \overline{4^2}, \overline{8, 10+2\cdot 5^2}, \overline{8, 10+2\cdot 4}, \overline{8, 10+2\cdot} \\
& \overline{2^2}, \overline{4, 8^2}, \overline{10+2}, \overline{4^2}, \overline{10^2+2\cdot 2}, \overline{8, 10^2+5}, \overline{7^2}, \overline{11+2\cdot 2^2}, \overline{5, 10, 11+2\cdot 4}, \overline{4^2}, \overline{11+2\cdot 4^2}, \overline{11^2+8}, \overline{11^2+2^2}, \overline{4^2}, \overline{5, 13+2\cdot} \\
& \overline{2}, \overline{4, 4^2}, \overline{7, 13+5^2}, \overline{7, 13+2^2}, \overline{5, 8, 13+2\cdot 2}, \overline{7, 8, 13+2\cdot 2}, \overline{5, 10, 13+2\cdot 7}, \overline{10, 13+2^2}, \overline{13^2+2\cdot 4}, \overline{13^2+2^2}, \overline{5, 7, 14+4}, \overline{5, 7, 14+} \\
& \overline{2\cdot 2}, \overline{7^2}, \overline{14+2\cdot 2}, \overline{4, 8, 14+2\cdot 4^2}, \overline{8, 14+8^2}, \overline{14+2}, \overline{4, 10, 14+5}, \overline{11, 14+2}, \overline{14+2}, \overline{14^2+4}, \overline{5^2}, \overline{16+2}, \overline{4, 8, 16+2\cdot 2^2}, \overline{4, 5, 17+} \\
& \overline{4^2}, \overline{5, 17+2\cdot 2}, \overline{4, 7, 17+5}, \overline{8, 17+2}, \overline{11, 17+2\cdot 13}, \overline{17+2\cdot 11}, \overline{19+5^2}, \overline{20+2}, \overline{8, 20+10}, \overline{20+2\cdot 8}, \overline{22+2\cdot 5}, \overline{23+7}, \overline{23+2\cdot} \\
& \overline{5}, \overline{25+2^2}, \overline{4^2}, \overline{5, 7^2+2\cdot 2^2}, \overline{5, 7^2}, \overline{8+2\cdot 4}, \overline{5, 7^2}, \overline{8+2\cdot 2}, \overline{4^2}, \overline{5, 8^2+2\cdot 2^2}, \overline{4, 7, 8^2+4^2}, \overline{7, 8^2+2\cdot 2^2}, \overline{5^2}, \overline{7, 10+4}, \overline{5^2}, \overline{7, 10+} \\
& \overline{2\cdot 2}, \overline{5, 7^2}, \overline{10+2\cdot 2^2}, \overline{4, 5, 8, 10+5}, \overline{8^2}, \overline{10+4}, \overline{7, 10^2+2\cdot 2^2}, \overline{4, 5, 7, 11+4^2}, \overline{5, 7, 11+2}, \overline{4, 7^2}, \overline{11+2}, \overline{5^2}, \overline{8, 11+5}, \overline{7, 8, 11+} \\
& \overline{2^2}, \overline{8^2}, \overline{11+2}, \overline{4^2}, \overline{10, 11+2\cdot 5^2}, \overline{10, 11+2\cdot 2}, \overline{8, 10, 11+2\cdot 10^2}, \overline{11+2\cdot 2}, \overline{5, 11^2+2\cdot 2^2}, \overline{4, 5^2}, \overline{13+2\cdot 2}, \overline{4, 5, 7, 13+2^2}, \overline{7^2}, \overline{13+} \\
& \overline{4}, \overline{7^2}, \overline{13+2\cdot 2}, \overline{4^2}, \overline{8, 13+2\cdot 5^2}, \overline{8, 13+2\cdot 2}, \overline{8^2}, \overline{13+2\cdot 2^2}, \overline{4^2}, \overline{5, 14+2\cdot 2}, \overline{4^2}, \overline{7, 14+2\cdot 2^2}, \overline{5, 8, 14+2\cdot 4}, \overline{5, 8, 14+2}, \overline{7, 8, 14+} \\
& \overline{2}, \overline{5, 10, 14+2\cdot 7}, \overline{10, 14+2\cdot 4^2}, \overline{7, 16+7}, \overline{8, 16+5}, \overline{10, 16+2}, \overline{13, 16+2\cdot 2^2}, \overline{5^2}, \overline{17+2}, \overline{4, 5^2}, \overline{17+2}, \overline{5, 7, 17+2^2}, \overline{10, 17+} \\
& \overline{2\cdot 14}, \overline{17+4}, \overline{8, 19+2\cdot 2^2}, \overline{7, 20+2\cdot 4}, \overline{7, 20+2\cdot 11}, \overline{20+\overline{4}}, \overline{5, 22+2\cdot 2^2}, \overline{4, 23+4^2}, \overline{23+2\cdot 8}, \overline{23+2}, \overline{4, 25+2\cdot 5}, \overline{26+2}, \overline{29}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
e_6 = & 2 \cdot 4 \cdot 5^2 + 2 \cdot 2 \cdot 5, 7 + 7^2 + 2 \cdot 2, 4, 8 + 2 \cdot 2^2, 10 + 4, 10 + 2, 4^2, 5 + 2^2, 4, 7 + 2 \cdot 4^2, 7 + 2 \cdot 7, 8 + 5, 10 + 2 \cdot 4, 5, 7 + 2 \cdot 2, 7^2 + 2 \cdot 4^2, 8 + 2, 4, 10 |_{16+5^2}, 7 + 2^2, 5, 8 + 4, 5, 8 + 2, 7, 8 + 2, 5, 10 + 2, 4, 11 + 2^2, 4, 5^2 + 2 \cdot 4^2, 5^2 + 2 \cdot 2, 4, 5, 7 + 2^2, 7^2 + 2 \cdot 4, 7^2 + 2 \cdot 2, 4^2, 8 + 2 \cdot 5^2, 8 + 2^2, 4, 10 + 2 \cdot 4^2, 10 + 2 \cdot 8, 10 + 7, 11 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 7 + 2, 5^2, 7 + 5, 7^2 + 2, 4, 5, 8 + 2 \cdot 2^2, 7, 8 + 4, 7, 8 + 2^2, 5, 10 + 4, 5, 10 + 4^2, 11 |_{19 + 2}, 4^2, 5^2 + 2, 4, 7^2 + 2^2, 4^2, 8 + 2 \cdot 2^2, 8^2 + 2 \cdot 2, 4^2, 10 + 5^2, 10 + 2, 8, 10 + 10^2 + 2 \cdot 2^2, 5, 11 + 2, 5, 13 + 2 \cdot 7, 13 + 2^2, 16 + 2 \cdot 2^2, 5^2, 7 + 2 \cdot 4, 5^2, 7 + 2 \cdot 2, 5, 7^2 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 8 + 4^2, 5, 8 + 5, 8 + 5^2, 11 + 2 \cdot 2^2, 4, 13 + 4^2, 13 + 8, 13 + 2 \cdot 5, 16 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5^2 + 2^2, 4, 7^2 + 2 \cdot 4^2, 7^2 + 2 \cdot 2^2, 5^2, 8 + 2 \cdot 2, 5, 7, 8 + 2 \cdot 7^2, 8 + 2 \cdot 2, 4, 8^2 + 2^2, 4^2, 10 + 2 \cdot 2, 5^2, 10 + 2 \cdot 2^2, 8, 10 + 4, 8, 10 + 2 \cdot 2, 10^2 + 2 \cdot 2, 4, 5, 11 + 2^2, 7, 11 + 4, 5, 13 + 2, 7, 13 + 2, 4, 16 |_{22 + 2}, 4, 5^2, 7 + 2 \cdot 4, 5, 7^2 + 2 \cdot 2, 4^2, 5, 8 + 4^2, 7, 8 + 2 \cdot 7, 8^2 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 10 + 2, 4, 7, 10 + 5, 8, 10 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 11 + 2 \cdot 5, 7, 11 + 2 \cdot 4, 8, 11 + 2, 10, 11 + 2 \cdot 10, 13 + 2 \cdot 4, 5, 14 + 2 \cdot 2, 7, 14 + 2 \cdot 7, 16 + 2 \cdot 2, 4, 17 + 2^2, 19 + 2 \cdot 4, 19 + 2, 4^2, 7^2 + 2 \cdot 2, 4, 5^2, 8 + 2 \cdot 2^2, 5, 7, 8 + 2 \cdot 4, 5, 7, 8 + 2, 7^2, 8 + 2 \cdot 2^2, 5^2, 10 + 2 \cdot 2, 5, 7, 10 + 2 \cdot 7^2, 10 + 2, 4, 7, 11 + 2 \cdot 2^2, 7, 13 + 2 \cdot 4, 7, 13 + 2 \cdot 11, 13 + 2, 4^2, 14 + 10, 14 + 2^2, 4, 16 + 2 \cdot 4^2, 16 + 2 \cdot 8, 16 + 2 \cdot 7, 17 + 2 \cdot 5, 19 + 2 \cdot 2^2, 4, 5^2, 7 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5, 8 + 2 \cdot 2, 4^2, 7, 8 + 5^2, 7, 8 + 2^2, 5, 8^2 + 2 \cdot 2, 4^2, 5, 10 + 4^2, 7, 10 + 2 \cdot 2, 5, 8, 10 + 7, 8, 10 + 2 \cdot 5, 10^2 + 2 \cdot 5^2, 11 + 4, 10, 11 + 2^2, 4^2, 13 + 2 \cdot 2, 5^2, 13 + 2^2, 8, 13 + 2, 10, 13 + 2 \cdot 4, 7, 14 + 2 \cdot 2^2, 5, 16 + 2, 7, 16 + 2 \cdot 4^2, 17 + 2, 4, 19 |_{25 + 2^2}, 4^2, 7^2 + 2 \cdot 5^2, 7^2 + 2^2, 4, 5^2, 8 + 2 \cdot 2^2, 5^2, 10 + 2 \cdot 2^2, 5, 7, 10 + 2 \cdot 2^2, 4, 8, 10 + 2 \cdot 4^2, 8, 10 + 2 \cdot 8^2, 10 + 2, 4, 10^2 + 2 \cdot 4^2, 7, 11 + 2, 5, 10, 11 + 2 \cdot 5, 10, 11 + 2 \cdot 4, 11, 13 + 2 \cdot 2, 5, 7, 8 + 2 \cdot 2^2, 7^2, 8 + 2 \cdot 4, 7^2, 8 + 2 \cdot 5^2, 8 + 2 \cdot 2, 4, 5^2, 10 + 2 \cdot 2^2, 5, 7, 10 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 7^2 + 2 \cdot 5^2, 7^2 + 2^2, 4, 5^2, 8 + 2 \cdot 2^2, 5^2, 10 + 2 \cdot 2^2, 5, 7, 10 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 8, 10 + 2 \cdot 4^2, 11, 13 + 2 \cdot 2, 5, 7, 13 + 2 \cdot 4^2, 8, 10 + 2 \cdot 2^2, 5, 8, 10 + 2, 7, 8, 10 + 7, 10^2 + 2 \cdot 2, 4, 5^2, 11 + 2 \cdot 2^2, 5, 7, 11 + 4, 5, 7, 11 + 2, 7^2, 11 + 4^2, 8, 11 + 2, 4, 10, 11 + 2 \cdot 4, 5^2, 13 + 2 \cdot 2, 5, 7, 13 + 2 \cdot 7^2, 13 + 2, 4, 8, 13 + 2 \cdot 2^2, 10, 13 + 4, 10, 13 + 2^2, 4, 5, 14 + 4^2, 5, 14 + 2, 4, 7, 14 + 2 \cdot 5, 8, 13 + 2 \cdot 2, 4, 5, 16 + 2 \cdot 2^2, 7, 16 + 4, 7, 16 + 2 \cdot 11, 16 + 2, 4^2, 17 + 2 \cdot 5^2, 17 + 10, 17 + 2 \cdot 7, 20 + 5, 22 + 2 \cdot 2^2, 5^2, 7^2 + 2, 4^2, 5^2, 8 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 7, 8 + 2 \cdot 4^2, 5, 7, 8 + 2, 4, 7^2, 8 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5^2, 10 + 2 \cdot 2, 4, 5, 7, 10 + 2 \cdot 2^2, 7^2, 10 + 5^2, 8, 10 + 2 \cdot 8^2, 10 + 2 \cdot 2^2, 4, 10^2 + 2 \cdot 4^2, 10^2 + 8, 10^2 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5, 11 + 4, 5, 8, 11 + 2 \cdot 2, 7, 8, 11 + 2 \cdot 2, 5, 10, 11 + 2 \cdot 7, 10, 11 + 4^2, 7, 13 + 2 \cdot 5, 10, 13 + 2 \cdot 2^2, 11, 13 + 2 \cdot 4, 11, 13 + 2 \cdot 2, 13^2 + 2, 5, 7, 14 + 2 \cdot 7^2, 14 + 2, 4, 8, 14 + 2^2, 10, 14 + 2 \cdot 4, 10, 14 + 2 \cdot 5, 7, 16 + 2 \cdot 2^2, 8, 16 + 4, 8, 16 + 2, 10, 16 + 2, 4, 5, 17 + 2^2, 5, 10 + 2 \cdot 2^2, 7, 17 + 2 \cdot 4, 7, 17 + 2 \cdot 2^2, 5, 19 + 4, 5, 19 + 2 \cdot 2, 7, 19 + 2 \cdot 4^2, 20 + 2 \cdot 2, 4, 22 |_{28 + 2 \cdot 2^2}, 4^2, 5^2, 7 + 2 \cdot 2, 4^2, 5, 7^2 + 2^2, 5^2, 7, 8 + 4, 5^2, 7, 8 + 4^2, 5, 8^2 + 2 \cdot 4, 7, 8^2 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 7, 10 + 2 \cdot 5, 7^2, 10 + 2, 4, 5, 8, 10 + 2 \cdot 2^2, 7, 8, 10 + 2 \cdot 4, 7, 8, 10 + 2 \cdot 2^2, 5, 10^2 + 2, 7, 10^2 + 4^2, 5^2, 11 + 2, 4, 5, 7, 11 + 2 \cdot 2^2, 7^2, 11 + 2, 4^2, 8, 11 + 2 \cdot 2^2, 4, 10, 11 + 8, 10, 11 + 2 \cdot 2^2, 5, 7, 13 + 4, 5, 7, 13 + 2 \cdot 4^2, 8, 13 + 8^2, 13 + 2, 4, 10, 13 + 5, 11, 13 + 2, 4^2, 5, 14 + 5, 10, 14 + 2^2, 11, 14 + 2, 13, 14 + 2^2, 4, 5, 16 + 2, 4, 7, 16 + 2 \cdot 5, 8, 16 + 2 \cdot 2^2, 11, 16 + 2 \cdot 13, 16 + 2^2, 4^2, 17 + 2^2, 8, 17 + 2, 10, 17 + 2, 4^2, 19 + 2 \cdot 10, 19 + 2^2, 5, 20 + 7, 22 + 2 \cdot 2^2, 25 + 4, 25 + 2 \cdot 2, 4, 5^2, 7^2 + 2^2, 4^2, 5^2, 8 + 2 \cdot 2^2, 4, 7^2, 8 + 2 \cdot 4^2, 7^2, 8 + 2 \cdot 2^2, 5^2, 8^2 + 7^2, 8^2 + 2^2, 4, 5, 7, 10 + 2 \cdot 2, 4, 7^2, 10 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 8, 10 + 2 \cdot 5^2, 8, 10 + 2 \cdot 5, 7, 8, 11 + 2 \cdot 2^2, 5, 10, 11 + 4, 5, 10, 11 + 2 \cdot 2^2, 4, 11^2 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5, 13 + 2, 4^2, 7, 13 + 5^2, 7, 13 + 2 \cdot 2^2, 5, 8, 13 + 2, 7, 8, 13 + 2 \cdot 2, 5, 10, 13 + 2 \cdot 2, 4, 11, 13 + 2^2, 5, 7, 14 + 2 \cdot 4, 5, 7, 14 + 2 \cdot 2, 7^2, 14 + 2^2, 4, 8, 14 + 4^2, 8, 14 + 2 \cdot 2^2, 8, 16^2 + 4, 8, 16 + 2, 10, 16 + 2, 4, 5, 17 + 2^2, 5, 10 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 17 + 13, 17 + 2 \cdot 2, 4, 5, 19 + 2^2, 7, 19 + 2 \cdot 4, 7, 19 + 11, 19 + 2 \cdot 5^2, 20 + 2 \cdot 2^2, 4, 22 + 4^2, 22 + 8, 22 + 5, 25 + 2, 4, 5^2, 7, 8 + 2 \cdot 2^2, 5, 7^2, 8 + 2 \cdot 4, 5, 7^2, 8 + 2^2, 4, 7, 8^2 + 4^2, 7, 8^2 + 2 \cdot 2^2, 5^2, 7, 10 + 4, 5^2, 7, 10 + 2 \cdot 2, 5, 7^2, 10 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 8, 10 + 4^2, 5, 8, 10 + 2 \cdot 2, 4, 7, 8, 10 + 2 \cdot 4, 5, 10^2 + 2 \cdot 2^2, 7, 10^2 + 2^2, 4, 5, 7, 11 + 4^2, 5, 7, 11 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 8, 11 + 2 \cdot 2, 5^2, 8, 11 + 2 \cdot 4^2, 10, 11 + 2 \cdot 2, 8, 10, 11 + 2 \cdot 2, 7, 11^2 + 2 \cdot 2^2, 4, 5^2, 13 + 2 \cdot 2, 4, 5, 7, 13 + 4, 7^2, 13 + 2 \cdot 5^2, 8, 13 + 2, 8^2, 13 + 2 \cdot 2^2, 5^2, 16 + 2 \cdot 4, 5^2, 16 + 2, 4, 8, 16 + 2^2, 10, 16 + 2 \cdot 4, 10, 16 + 2 \cdot 14, 16 + 2^2, 4, 5, 17 + 4^2, 5, 17 + 2 \cdot 2^2, 5, 8, 17 + 13, 17 + 2 \cdot 2, 4, 5, 19 + 2^2, 7, 19 + 2 \cdot 4, 7, 19 + 11, 19 + 2 \cdot 5^2, 20 + 2 \cdot 2^2, 4, 22 + 4^2, 22 + 8, 22 + 5, 25 + 2, 4, 5^2, 7, 8 + 2 \cdot 2^2, 5, 7^2, 8 + 2 \cdot 4, 5, 7^2, 8 + 2^2, 4, 7, 8^2 + 4^2, 7, 8^2 + 2 \cdot 2^2, 5^2, 7, 10 + 4, 5^2, 7, 10 + 2 \cdot 2, 5, 7^2, 10 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 8, 10 + 4^2, 5, 8, 10 + 2 \cdot 2, 4, 7, 8, 10 + 2 \cdot 4, 5, 10^2 + 2 \cdot 2^2, 7, 10^2 + 2^2, 4, 5, 7, 11 + 4^2, 5, 7, 11 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 8, 11 + 2 \cdot 2, 5^2, 8, 11 + 2 \cdot 4^2, 10, 11 + 2 \cdot 2, 8, 10, 11 + 2 \cdot 2, 7, 11^2 + 2 \cdot 2^2, 4, 5^2, 13 + 2 \cdot 2, 4, 5, 7, 13 + 4, 7^2, 13 + 2 \cdot 5^2, 8, 13 + 2, 8^2, 13 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5, 14 + 2 \cdot 2^2, 5, 8, 14 + 2, 4, 7, 8, 14 + 2^2, 5, 10, 14 + 2, 4, 11, 14 + 4, 13, 14 + 2^2, 4, 7, 16 + 2 \cdot 2^2, 5, 16 + 2 \cdot 2, 5, 8, 16 + 2 \cdot 2^2, 11, 16 + 2 \cdot 4, 11, 16 + 2 \cdot 2, 13, 16 + 2 \cdot 2^2, 5^2, 17 + 2, 5, 7, 17 + 2 \cdot 7^2, 17 + 2, 4, 8, 17 + 2^2, 10, 17 + 4, 10, 17 + 2^2, 4^2, 19 + 2 \cdot 2, 5^2, 19 + 5, 7, 19 + 2, 10, 19 + 2, 4, 5, 20 + 2 \cdot 2^2, 7, 20 + 2^2, 5, 22 + 2 \cdot 2, 7, 22 + 2 \cdot 2, 4, 25
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
e_7 &= \overline{4, 5^2 + 2, 5, 7 + 7^2 + 2, 4, 8 + 2^2, 10 + 4, 10 + 2 \cdot 2, 4^2, 5 + 2 \cdot 2^2, 4, 7 + 2 \cdot 4^2, 7 + 7, 8 + 2 \cdot 5, 10 + 4, 5, 7 + 2, 7^2 + 4^2, 8 + 2, 4, 10|_{16} +} \\
&\quad 5^2, 7 + 2 \cdot 2^2, 5, 8 + 4, 5, 8 + 2, 7, 8 + 2, 5, 10 + 2, 4, 11 + 2 \cdot 2^2, 4, 5^2 + 2 \cdot 4^2, 5^2 + 2 \cdot 2, 4, 5, 7 + 2^2, 7^2 + 4, 7^2 + 2 \cdot 2, 4^2, 8 + 5^2, 8 + \\
&\quad 2^2, 4, 10 + 4^2, 10 + 2 \cdot 8, 10 + 7, 11 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 7 + 2 \cdot 2, 5^2, 7 + 5, 7^2 + 2 \cdot 2, 4, 5, 8 + 2^2, 7, 8 + 4, 7, 8 + 2 \cdot 2^2, 5, 10 + 4, 5, 10 + \\
&\quad 4^2, 11|_{19} + 2 \cdot 2, 4^2, 5^2 + 2, 4, 7^2 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 8 + 2 \cdot 2^2, 8^2 + 2 \cdot 2, 4^2, 10 + 2 \cdot 5^2, 10 + 2 \cdot 2, 8, 10 + 10^2 + 2 \cdot 2^2, 5, 11 + 2 \cdot 2, 5, 13 + 2 \cdot \\
&\quad 7, 13 + 2 \cdot 2^2, 16 + 2 \cdot 4, 16 + 2 \cdot 2^2, 5^2, 7 + 4, 5^2, 7 + 2, 5, 7^2 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 8 + 2 \cdot 4^2, 5, 8 + 5, 8^2 + 5^2, 11 + 2^2, 4, 13 + 4^2, 13 + 2 \cdot 8, 13 + \\
&\quad 5, 16 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5^2 + 2 \cdot 2^2, 4, 7^2 + 2 \cdot 4^2, 7^2 + 2^2, 5^2, 8 + 2 \cdot 2, 5, 7, 8 + 7^2, 8 + 2 \cdot 2, 4, 8^2 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 10 + 2 \cdot 2, 5^2, 10 + 2 \cdot 2^2, 8, 10 + 2 \cdot \\
&\quad 4, 8, 10 + 2, 10^2 + 2 \cdot 2, 4, 5, 11 + 2^2, 7, 11 + 2 \cdot 4, 5, 13 + 2 \cdot 2, 7, 13 + 2 \cdot 2, 4, 16|_{22} + 2, 4, 5^2, 7 + 4, 5, 7^2 + 2 \cdot 2, 4^2, 5, 8 + 2 \cdot 4^2, 7, 8 + \\
&\quad 2 \cdot 7, 8^2 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 10 + 2 \cdot 2, 4, 7, 10 + 5, 8, 10 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 11 + 2 \cdot 5, 7, 11 + 2 \cdot 4, 8, 11 + 2, 10, 11 + 10, 13 + 2 \cdot 4, 5, 14 + 2 \cdot 2, 7, 14 + \\
&\quad 7, 16 + 2 \cdot 2, 4, 17 + 2^2, 19 + 4, 19 + 2 \cdot 2, 4^2, 7^2 + 2, 4, 5^2, 8 + 2^2, 5, 7, 8 + 2 \cdot 4, 5, 7, 8 + 2, 7^2, 8 + 2^2, 5^2, 10 + 2 \cdot 2, 5, 7, 10 + \\
&\quad 7^2, 10 + 2, 4, 7, 11 + 2^2, 7, 13 + 4, 7, 13 + 2 \cdot 11, 13 + 2, 4^2, 14 + 10, 14 + 2^2, 4, 16 + 4^2, 16 + 2 \cdot 8, 16 + 2 \cdot 7, 17 + 2 \cdot 5, 19 + \\
&\quad 2^2, 4, 5^2, 7 + 2^2, 4^2, 5, 8 + 2 \cdot 2, 4^2, 7, 8 + 2 \cdot 5^2, 7, 8 + 2^2, 5, 8^2 + 2 \cdot 2, 4^2, 5, 10 + 2 \cdot 4^2, 7, 10 + 2 \cdot 5, 8, 10 + 7, 8, 10 + 2 \cdot 5, 10^2 + \\
&\quad 2^2, 5^2, 11 + 4, 10, 11 + 2^2, 4^2, 13 + 2, 5^2, 13 + 2 \cdot 2^2, 8, 13 + 2, 10, 13 + 2 \cdot 4, 7, 14 + 2^2, 5, 16 + 2 \cdot 7, 16 + 2 \cdot 4^2, 17 + 2, 4, 19|_{25} + \\
&\quad 2^2, 4^2, 7^2 + 2 \cdot 2, 5^2, 7^2 + 2^2, 4, 5^2, 8 + 2 \cdot 2, 4, 5, 7, 8 + 2 \cdot 2^2, 7^2, 8 + 2 \cdot 4, 7^2, 8 + 2 \cdot 5^2, 8^2 + 2 \cdot 2, 4, 5^2, 10 + 2^2, 5, 7, 10 + 2^2, 4, 8, 10 + \\
&\quad 2 \cdot 4^2, 8, 10 + 8^2, 10 + 2, 4, 10^2 + 2 \cdot 4^2, 7, 11 + 2 \cdot 5, 8, 11 + 7, 8, 11 + 5, 10, 11 + 4, 11^2 + 2 \cdot 2, 4, 7, 13 + 5, 8, 13 + 2, 11, 13 + \\
&\quad 13^2 + 5, 7, 14 + 2^2, 8, 14 + 4, 8, 14 + 2, 10, 14 + 2, 4^2, 16 + 2 \cdot 5^2, 16 + 2 \cdot 2, 8, 16 + 2 \cdot 10, 16 + 2^2, 5, 17 + 4, 5, 17 + 2, 7, 17 + \\
&\quad 2 \cdot 2, 5, 19 + 7, 19 + 2, 4, 20 + 2^2, 22 + 4, 22 + 2 \cdot 2, 4^2, 5^2, 7 + 4^2, 5, 7^2 + 2 \cdot 5, 7^2, 8 + 2 \cdot 2^2, 7, 8^2 + 2 \cdot 4, 7, 8^2 + 2^2, 4^2, 5, 10 + \\
&\quad 5^2, 7, 10 + 2^2, 5, 8, 10 + 2 \cdot 2, 7, 8, 10 + 7, 10^2 + 2 \cdot 2, 4, 5^2, 11 + 2^2, 5, 7, 11 + 2 \cdot 4, 5, 7, 11 + 2 \cdot 2, 7^2, 11 + 2 \cdot 4^2, 8, 11 + 2 \cdot \\
&\quad 2, 4, 10, 11 + 4, 5^2, 13 + 2, 5, 7, 13 + 7^2, 13 + 2 \cdot 2, 4, 8, 13 + 2^2, 10, 13 + 4, 10, 13 + 2^2, 4, 5, 14 + 2 \cdot 4^2, 5, 14 + 2 \cdot 2, 4, 7, 14 + \\
&\quad 2 \cdot 5, 8, 14 + 2 \cdot 2, 4, 5, 16 + 2^2, 7, 16 + 4, 7, 16 + 11, 16 + 2 \cdot 2, 4^2, 17 + 2 \cdot 5^2, 17 + 2 \cdot 10, 17 + 7, 20 + 2 \cdot 5, 22 + 2 \cdot 2^2, 5^2, 7^2 + \\
&\quad 2, 4^2, 5^2, 8 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 7, 8 + 4^2, 5, 7, 8 + 2 \cdot 2, 4, 7^2, 8 + 2^2, 4^2, 8^2 + 2 \cdot 5, 7, 8^2 + 2 \cdot 2^2, 4, 5^2, 10 + 2, 4, 5, 7, 10 + 2^2, 7^2, 10 + \\
&\quad 5^2, 8, 10 + 2, 8^2, 10 + 2^2, 4, 10^2 + 2 \cdot 4^2, 10^2 + 2 \cdot 8, 10^2 + 2^2, 4^2, 5^2, 11 + 4, 5, 8, 11 + 2 \cdot 2, 7, 8, 11 + 2 \cdot 2, 5, 10, 11 + 7, 10, 11 + \\
&\quad 4^2, 7, 13 + 5, 10, 13 + 2 \cdot 2^2, 11, 13 + 4, 11, 13 + 2, 13^2 + 2, 5, 7, 14 + 7^2, 14 + 2, 4, 8, 14 + 2^2, 10, 14 + 4, 10, 14 + 5, 7, 16 + 2 \cdot \\
&\quad 2 \cdot 4^2, 8, 16 + 2 \cdot 4, 8, 16 + 2 \cdot 2, 10, 16 + 2, 4, 15, 17 + 2 \cdot 2^2, 7, 17 + 4, 7, 17 + 2 \cdot 2^2, 5, 19 + 2 \cdot 4, 5, 19 + 2, 7, 19 + 4^2, 20 + 2, 4, 22|_{28} + \\
&\quad 2 \cdot 2^2, 4^2, 5^2, 7 + 2, 4^2, 5, 7^2 + 2 \cdot 2^2, 5^2, 7, 8 + 4, 5^2, 7, 8 + 4^2, 5, 8^2 + 2 \cdot 2, 4, 7, 8^2 + 2^2, 4^2, 7, 10 + 5, 7^2, 10 + 2, 4, 5, 8, 10 + \\
&\quad 2^2, 7, 8, 10 + 4, 7, 8, 10 + 2^2, 5, 10^2 + 2 \cdot 2, 7, 10^2 + 4^2, 5^2, 11 + 2, 4, 5, 7, 11 + 2^2, 7^2, 11 + 2, 4^2, 8, 11 + 2^2, 4, 10, 11 + \\
&\quad 8, 10, 11 + 2^2, 5, 7, 13 + 2 \cdot 4, 5, 7, 13 + 4^2, 8, 13 + 8^2, 13 + 2 \cdot 2, 4, 10, 13 + 5, 11, 13 + 2, 4^2, 5, 14 + 5, 10, 14 + 2 \cdot 2^2, 11, 14 + \\
&\quad 2, 13, 14 + 2^2, 4, 5, 16 + 2 \cdot 2, 4, 7, 16 + 2 \cdot 5, 8, 16 + 2 \cdot 2, 11, 16 + 13, 16 + 2^2, 4^2, 17 + 2 \cdot 2^2, 8, 17 + 2, 10, 17 + 2 \cdot 2, 4^2, 19 + \\
&\quad 10, 19 + 2 \cdot 2^2, 5, 20 + 2, 7, 22 + 2 \cdot 2^2, 25 + 2 \cdot 4, 25 + 2 \cdot 2, 4, 5^2, 72 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5^2, 8 + 2^2, 4, 7^2, 8 + 4^2, 7^2, 8 + 2^2, 5^2, 82 + 7^2, 82 + \\
&\quad 2^2, 4, 5, 7, 10 + 2, 4, 7^2, 10 + 2^2, 4^2, 8, 10 + 2 \cdot 2, 5^2, 8, 10 + 2 \cdot 5, 7, 8, 10 + 2 \cdot 2^2, 8^2, 10 + 2, 4^2, 10^2 + 2 \cdot 5^2, 10^2 + 2, 8, 10^2 + \\
&\quad 2 \cdot 5, 7^2, 11 + 2 \cdot 2^2, 7, 8, 11 + 2 \cdot 2^2, 5, 10, 11 + 4, 5, 10, 11 + 2 \cdot 2^2, 4, 11^2 + 8, 11^2 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5, 13 + 2 \cdot 2, 4^2, 7, 13 + 5^2, 7, 13 + \\
&\quad 2^2, 5, 8, 13 + 2, 7, 8, 13 + 2 \cdot 2, 5, 10, 13 + 2 \cdot 7, 10, 13 + 2 \cdot 2, 4, 11, 13 + 2 \cdot 2^2, 5, 7, 14 + 2 \cdot 4, 5, 7, 14 + 2 \cdot 2, 7^2, 14 + 2 \cdot 2^2, 4, 8, 14 + \\
&\quad 4^2, 8, 14 + 8^2, 14 + 5, 11, 14 + 2^2, 5^2, 16 + 2 \cdot 4, 5^2, 16 + 2, 4, 8, 16 + 2^2, 10, 16 + 4, 10, 16 + 2 \cdot 14, 16 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 17 + 4^2, 5, 17 + \\
&\quad 5, 8, 17 + 13, 17 + 2 \cdot 2, 4, 5, 19 + 2^2, 7, 19 + 4, 7, 19 + 11, 19 + 5^2, 20 + 2 \cdot 2^2, 4, 22 + 2 \cdot 4^2, 22 + 8, 22 + 5, 25 + 2 \cdot 2, 4, 5^2, 7, 8 + \\
&\quad 2^2, 5, 7^2, 8 + 2 \cdot 4, 5, 7^2, 8 + 2 \cdot 2^2, 4, 7, 7^2 + 4^2, 7, 8^2 + 2^2, 5^2, 7, 10 + 4, 5^2, 7, 10 + 2 \cdot 2, 5, 7^2, 10 + 2^2, 4, 5, 8, 10 + 4^2, 5, 8, 10 + \\
&\quad 2 \cdot 2, 4, 7, 8, 10 + 2, 4, 5, 10^2 + 2 \cdot 2^2, 7, 10^2 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 7, 11 + 4^2, 5, 7, 11 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 8, 11 + 2 \cdot 2, 5^2, 8, 11 + 2, 4^2, 10, 11 + \\
&\quad 2 \cdot 2, 8, 10, 11 + 2 \cdot 2, 7, 11^2 + 2^2, 4, 5^2, 13 + 2 \cdot 2, 4, 5, 7, 13 + 2 \cdot 4, 7^2, 13 + 5^2, 8, 13 + 2 \cdot 2, 8^2, 13 + 4^2, 10, 13 + 8, 10, 13 + 2 \cdot \\
&\quad 2, 5, 11, 13 + 2 \cdot 5, 13^2 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5, 14 + 2 \cdot 2^2, 5, 8, 14 + 2 \cdot 2, 7, 8, 14 + 2 \cdot 2, 5, 10, 14 + 2 \cdot 2, 4, 11, 14 + 4, 13, 14 + 2^2, 4, 7, 16 + \\
&\quad 2 \cdot 4^2, 7, 16 + 2, 5, 8, 16 + 7, 8, 16 + 2^2, 11, 16 + 2 \cdot 4, 11, 16 + 2, 13, 16 + 2 \cdot 2^2, 5^2, 17 + 2 \cdot 2, 5, 7, 17 + 2 \cdot 2^2, 17 + 2 \cdot 2, 4, 8, 17 + 2 \cdot \\
&\quad 2^2, 10, 17 + 4, 10, 17 + 2^2, 4^2, 19 + 2, 5^2, 19 + 5, 7, 19 + 2, 10, 19 + 2 \cdot 2, 4, 5, 10 + 2 + 2^2, 7, 20 + 2 \cdot 2^2, 5, 22 + 2 \cdot 2, 7, 22 + 2 \cdot 2, 4, 25 \\
e_8 &= \overline{2^2, 5^2 + 2, 5, 8 + 2 + 2^2, 11 + 2, 4, 5^2 + 2^2, 4, 8 + 2 \cdot 2^2 + 2 \cdot 5, 11|_{16} + 2^2, 4^2, 5^2 + 2 \cdot 5^2, 7 + 2 \cdot 2, 4, 5, 8 + 2^2, 5^2, 82 + 7^2, 82 +} \\
&\quad 5, 8^2 + 5^2, 11 + 2, 5, 14 + 2 \cdot 2^2, 17 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5^2 + 2 \cdot 4^2, 7^2 + 2 \cdot 4, 5^2, 8 + 2, 5, 7, 8 + 2, 5^2, 10 + 2^2, 8, 10 + 2 \cdot 2, 4, 5, 11 + \\
&\quad 2 \cdot 2^2, 7, 11 + 11^2 + 2^2, 4, 14 + 2 \cdot 8, 14 + 2 \cdot 5, 17|_{22} + 2 \cdot 2, 4, 5^2, 7 + 2 \cdot 2^2, 5, 7^2 + 2 \cdot 2^2, 4, 7, 8 + 2^2, 4, 5, 10 + 2 \cdot 5, 8, 10 + \\
&\quad 2^2, 4^2, 11 + 5, 7, 11 + 2, 10, 11 + 2 \cdot 5^2, 13 + 2 \cdot 2, 8, 13 + 2 \cdot 4, 5, 14 + 2 \cdot 2, 7, 14 + 2, 4, 17 + 2 \cdot 5^2, 7^2 + 2 \cdot 4, 5, 7, 8 + 2 \cdot 4, 5^2, 10 + \\
&\quad 2 \cdot 2 \cdot 5, 7, 10 + 4^2, 5, 11 + 2 \cdot 2, 4, 5, 13 + 2 \cdot 2^2, 7, 13 + 4^2, 5^2, 7 + 2 \cdot 2, 4, 5, 7^2 + 2 \cdot 2^2, 5, 8^2 + 2 \cdot 2^2, 4, 7, 10 + 7, 8, 10 + 2 \cdot \\
&\quad 2^2, 5^2, 11 + 2 \cdot 7, 11 + 2 \cdot 4, 10, 11 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 13 + 2 \cdot 5, 7, 13 + 4, 8, 13 + 4 + 4, 5^2, 14 + 2, 5, 7, 14 + 2 \cdot 2, 4, 1, 14 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 17 + 4^2, 5, 17 + \\
&\quad 5, 8, 17 + 13, 17 + 2 \cdot 2, 4, 5, 19 + 2^2, 7, 19 + 4, 7, 19 + 11, 19 + 5^2, 20 + 2 \cdot 2^2, 4, 22 + 2 \cdot 4^2, 22 + 8, 22 + 5, 25 + 2 \cdot 2, 4, 5^2, 7, 8 + \\
&\quad 2^2, 5, 7^2, 8 + 2 \cdot 4, 5, 7^2, 8 + 2 \cdot 2^2, 4, 7, 7^2 + 4^2, 7, 8^2 + 2^2, 5^2, 7, 10 + 4, 5^2, 7, 10 + 2 \cdot 2, 5, 7^2, 10 + 2^2, 4, 5, 8, 10 + 4^2, 5, 8, 10 + \\
&\quad 2 \cdot 2, 4, 7, 8, 10 + 2, 4, 5, 10^2 + 2 \cdot 2^2, 7, 10^2 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 7, 11 + 4^2, 5, 7, 11 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 8, 11 + 2 \cdot 2, 5^2, 8, 11 + 2, 4^2, 10, 11 + \\
&\quad 2 \cdot 2, 8, 10, 11 + 2 \cdot 2, 7, 11^2 + 2^2, 4, 5^2, 13 + 2 \cdot 2, 4, 5, 7, 13 + 2 \cdot 4, 7^2, 13 + 5^2, 8, 13 + 2 \cdot 2, 8^2, 13 + 4^2, 10, 13 + 8, 10, 13 + 2 \cdot \\
&\quad 2, 5, 11, 13 + 2 \cdot 5, 13^2 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5, 14 + 2 \cdot 2^2, 5, 8, 14 + 2 \cdot 2, 7, 8, 14 + 2 \cdot 2, 5, 10, 14 + 2 \cdot 2, 4, 11, 14 + 4, 13, 14 + 2^2, 4, 7, 16 + \\
&\quad 2 \cdot 4^2, 7, 16 + 2, 5, 8, 16 + 7, 8, 16 + 2^2, 11, 16 + 2 \cdot 4, 11, 16 + 2, 13, 16 + 2 \cdot 2^2, 5^2, 17 + 2 \cdot 2, 5, 7, 17 + 2 \cdot 2^2, 17 + 2 \cdot 2, 4, 8, 17 + 2 \cdot \\
&\quad 2^2, 10, 17 + 4, 10, 17 + 2^2, 4^2, 19 + 2, 5^2, 19 + 5, 7, 19 + 2, 10, 19 + 2 \cdot 2, 4, 5, 10 + 2 + 2^2, 7, 20 + 2 \cdot 2^2, 5, 22 + 2 \cdot 2, 7, 22 + 2 \cdot 2, 4, 25 \\
&\quad 2^2, 5^2 + 2, 5, 8 + 2 + 2^2, 11 + 2, 4, 5^2 + 2^2, 4, 8 + 2 \cdot 2^2 + 2 \cdot 5, 11|_{16} + 2^2, 4^2, 5^2 + 2 \cdot 5^2, 7 + 2 \cdot 2, 4, 5, 8 + 2^2, 5^2, 82 + 7^2, 82 + \\
&\quad 5, 8^2 + 5^2, 11 + 2, 5, 14 + 2 \cdot 2^2, 17 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5^2 + 2 \cdot 4^2, 7^2 + 2 \cdot 4, 5^2, 8 + 2, 5, 7, 8 + 2, 5^2, 10 + 2^2, 8, 10 + 2 \cdot 2, 4, 5, 11 + \\
&\quad 2 \cdot 2^2, 7, 11 + 11^2 + 2^2, 4, 14 + 2 \cdot 8, 14 + 2 \cdot 5, 17|_{22} + 2 \cdot 2, 4, 5^2, 7 + 2 \cdot 2^2, 5, 7^2 + 2 \cdot 2^2, 4, 7, 8 + 2^2, 4, 5, 10 + 2 \cdot 5, 8, 10 + \\
&\quad 2^2, 4^2, 11 + 5, 7, 11 + 2, 10, 11 + 2 \cdot 5^2, 13 + 2 \cdot 2, 8, 13 + 2 \cdot 4, 5, 14 + 2 \cdot 2, 7, 14 + 2, 4, 17 + 2 \cdot 5^2, 7^2 + 2 \cdot 4, 5, 7, 8 + 2 \cdot 4, 5^2, 10 + \\
&\quad 2 \cdot 2 \cdot 5, 7, 10 + 4^2, 5, 11 + 2 \cdot 2, 4, 5, 13 + 2 \cdot 2^2, 7, 13 + 4^2, 5^2, 7 + 2 \cdot 2, 4, 5, 7^2 + 2 \cdot 2^2, 5, 8^2 + 2 \cdot 2^2, 4, 7, 10 + 7, 8, 10 + 2 \cdot \\
&\quad 2^2, 5^2, 11 + 2 \cdot 7, 11 + 2 \cdot 4, 10, 11 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 13 + 2 \cdot 5, 7, 13 + 4, 8, 13 + 4 + 4, 5^2, 14 + 2, 5, 7, 14 + 2 \cdot 2, 4, 1, 14 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 17 + 4^2, 5, 17 + \\
&\quad 2, 4, 8, 14 + 2^2, 10, 14 + 2 \cdot 14^2 + 2 \cdot 2, 5^2, 16 + 2 \cdot 2^2, 8, 16 + 2, 4, 5, 17 + 2 \cdot 2^2, 7, 17 + 2 \cdot 2, 11, 17|_{28} + 4, 5^2, 7, 8 + 2, 5, 7^2 + \\
&\quad 2 \cdot 4^2, 5, 8^2 + 2 \cdot 2, 4, 7, 8^2 + 2, 5^2, 7, 10 + 2^2, 7, 8, 10 + 2 \cdot 2^2, 5, 10^2 + 4^2, 5^2, 11 + 2, 4, 5, 7, 11 + 2^2, 7^2, 11 + 2, 4^2, 8, 11 + 2 \cdot \\
&\quad 2, 4, 5^2, 13 + 2 \cdot 2^2, 4, 8, 13 + 8^2, 13 + 2 \cdot 5, 11, 13 + 2 \cdot 2, 4^2, 5, 14 + 2 \cdot 2^2, 4, 7, 14 + 7, 8, 14 + 2 \cdot 5, 10, 14 + 2 \cdot 2, 4, 11, 14 + 2 \cdot \\
&\quad 2, 13, 14 + 2 \cdot 5, 7, 17 + 4, 8, 17 + 2, 10, 17 + 2 \cdot 2^2, 4, 7^2, 8 + 2 \cdot 2^2, 5^2, 8^2 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 7, 10 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 8, 10 + \\
&\quad 2 \cdot 4, 8^2, 10 + 2 \cdot 5^2, 10^2 + 2, 8, 10^2 + 5, 7^2, 11 + 2 \cdot 4, 7, 8, 11 + 2 \cdot 2, 7, 10, 11 + 2 \cdot 4^2, 11^2 + 2^2, 4^2, 5, 13 + 5^2, 7, 13 + 2 \cdot \\
&\quad 4, 5, 8, 13 + 2^2, 13^2 + 2, 7^2, 14 + 2 \cdot 4, 5^2, 16 + 2 \cdot 2, 5, 7, 16 + 2 \cdot 2, 4, 8, 16 + 2 \cdot 2^2, 10, 16 + 2 \cdot 4^2, 5, 17 + 2 \cdot 4, 7, 17 + \\
&\quad 2^2, 4^2, 5, 7^2 + 2 \cdot 4, 5, 7^2, 8 + 4^2, 7, 8^2 + 2 \cdot 4, 5^2, 7, 10 + 2, 4, 5, 10^2 + 2 \cdot 2^2, 7, 10^2 + 2, 5^2, 8, 11 + 2^2, 8^2, 11 + 2 \cdot 4^2, 10, 11 + \\
&\quad 10^2, 11 + 2^2, 5, 11^2 + 2 \cdot 4^2, 5^2, 13 + 2 \cdot 2, 4, 5, 7, 13 + 2 \cdot 2^2, 7^2, 13 + 2 \cdot 2, 4^2, 8, 13 + 7, 11, 13 + 5, 13^2 + 2, 4^2, 7, 14 + 2 \cdot \\
&\quad 2^2, 5, 8, 14 + 7, 10, 14 + 4, 13, 14 + 2 \cdot 2, 4^2, 5, 16 + 2 \cdot 2^2, 4, 7, 16 + 2 \cdot 5, 10, 16 + 2 \cdot 2^2, 5^2, 17 + 2 \cdot 4, 10, 17
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
e_{11} &= \overline{2, 4, 5^2, 7 + 2 \cdot 2^2, 5, 7^2 + 2, 4^2, 5, 8 + 2 \cdot 2^2, 4, 7, 8 + 2 \cdot 2, 5, 8^2 + 7, 8^2 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 10 + 5, 8, 10 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 11 + 2 \cdot 2, 5^2, 11 + 5, 7, 11 + 2 \cdot 2, 10, 11 + 5^2, 13 + 2, 8, 13 + 2 \cdot 2^2, 5, 7, 8 + 2 \cdot 4, 5, 7, 8 + 2 \cdot 2, 7^2, 8 + 2 \cdot 2^2, 4, 8^2 + 4^2, 8^2 + 2 \cdot 2^2, 5^2, 10 + 2 \cdot 4, 5^2, 10 + 2 \cdot 2, 5, 7, 10 + 2 \cdot 2, 4, 8, 10 + 2^2, 10^2 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 11 + 4^2, 5, 11 + 2, 4, 7, 11 + 2, 4, 5, 13 + 2^2, 7, 13 + 2 \cdot 2^2, 4, 5^2, 7 + 4^2, 5^2, 7 + 2 \cdot 2, 4, 5, 7^2 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5, 8 + 2 \cdot 4^2, 7, 8 + 2^2, 5, 8^2 + 4, 5, 8^2 + 2 \cdot 2, 7, 8^2 + 2 \cdot 2^2, 4, 2^2, 5, 10 + 2 \cdot 2^2, 4, 7, 10 + 2 \cdot 2, 5, 8, 10 + 7, 8, 10 + 5, 10^2 + 2^2, 5^2, 11 + 4, 5^2, 11 + 2 \cdot 2, 5, 7, 11 + 7^2, 11 + 2^2, 10, 11 + 4, 10, 11 + 2^2, 4^2, 13 + 2 \cdot 2, 5^2, 13 + 5, 7, 13 + 2 \cdot 2^2, 8, 13 + 2 \cdot 4, 8, 13 |_{25} + 2 \cdot 2, 5^2, 7^2 + 2 \cdot 2^2, 7^2, 8 + 4, 7^2, 8 + 2, 4^2, 8^2 + 2 \cdot 2^2, 5, 7, 10 + 4, 5, 7, 10 + 2, 7^2, 10 + 2^2, 4, 8, 10 + 2 \cdot 4^2, 8, 10 + 2 \cdot 8^2, 10 + 2 \cdot 2, 4, 10^2 + 2 + 2, 4^2, 5, 11 + 2^2, 4, 7, 11 + 2 \cdot 4^2, 7, 11 + 2 \cdot 5, 10, 11 + 2^2, 4, 5, 13 + 2 \cdot 4^2, 5, 13 + 2 \cdot 2, 4, 7, 13 + 2 \cdot 5, 8, 13 + 2 \cdot 5^2, 16 + 2 \cdot 2, 8, 16 + 2, 4^2, 5^2, 7 + 2^2, 4, 5, 7^2 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 7, 8 + 2 \cdot 5, 7^2 + 2, 4, 5, 8^2 + 2^2, 7, 8^2 + 4, 7, 8^2 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5, 10 + 5^2, 7, 10 + 2^2, 5, 8, 10 + 2 \cdot 2, 5, 10^2 + 2 + 2, 4, 5^2, 11 + 2^2, 5, 7, 11 + 4, 5, 7, 11 + 2, 7^2, 11 + 2^2, 5^2, 13 + 2, 4, 8, 13 + 2^2, 10, 13 + 2 \cdot 2, 4, 5, 16 + 2 \cdot 2^2, 7, 16 + 2^2, 5^2, 7^2 + 2^2, 4, 5, 7, 8 + 2, 4, 7^2, 8 + 2 + 2^2, 4^2, 8^2 + 2 \cdot 5, 10 + 2 \cdot 5, 7, 10^2 + 4, 5, 10^2 + 2 + 2, 7, 10^2 + 8, 10^2 + 2^2, 4^2, 5, 11 + 2 \cdot 2, 4^2, 7, 11 + 2 \cdot 5^2, 7, 11 + 2 + 5, 10, 11 + 7, 10, 11 + 2, 4^2, 5, 13 + 4^2, 7, 13 + 2 + 5, 8, 13 + 5, 10, 13 + 2 \cdot 2^2, 11, 13 + 2 + 4, 11, 13 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 16 + 2, 5^2, 16 + 2 \cdot 5, 7, 16 + 2^2, 8, 16 + 4, 8, 16 |_{28} + 2^2, 4^2, 5^2, 7 + 2, 4^2, 5, 7^2 + 2, 5^2, 7, 8 + 2, 5, 7^2 + 2, 4, 7^2, 8 + 2 + 2^2, 4^2, 8^2 + 2 \cdot 5, 10 + 2 \cdot 4^2, 5, 10 + 2 \cdot 2^2, 7^2, 10 + 2 \cdot 4, 7^2, 10 + 2 + 2, 4^2, 8, 10 + 2, 8^2, 10 + 2 \cdot 2^2, 4, 10^2 + 4, 5, 10^2 + 2 + 2, 7, 10^2 + 2 \cdot 2^2, 4, 5^2, 11 + 2 \cdot 4, 7^2, 11 + 5^2, 8, 11 + 2, 8^2, 11 + 2 \cdot 2^2, 4, 10, 11 + 2, 5, 11 + 2 \cdot 2^2, 7, 11^2 + 2 \cdot 2, 4, 5^2, 13 + 2 \cdot 2^2, 5, 7, 13 + 2^2, 4, 8, 13 + 2 \cdot 4^2, 8, 13 + 2 \cdot 2, 4, 10, 13 + 2 \cdot 5, 11, 13 + 2, 4^2, 5, 14 + 2 \cdot 2^2, 4, 7, 14 + 2 \cdot 2, 5, 8, 14 + 7, 8, 14 + 5, 10, 14 + 2, 13, 14 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 16 + 4^2, 5, 16 + 2, 4, 7, 16 + 5, 8, 16 + 2 \cdot 2, 11, 16 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 17 + 2 \cdot 2, 5^2, 17 + 5, 7, 17 + 2 \cdot 2, 10, 17 + 5^2, 19 + 2, 8, 19 + 2, 4, 5^2, 7^2 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5^2, 8 + 2^2, 4, 7^2, 8 + 2 \cdot 4^2, 7^2, 8 + 2^2, 5^2, 8^2 + 4, 5^2, 8^2 + 2 \cdot 5, 7, 8^2 + 7^2, 8^2 + 2^2, 4, 5, 7, 10 + 2 \cdot 4^2, 5, 7, 10 + 2 \cdot 2, 4, 7^2, 10 + 2^2, 4^2, 8, 10 + 2 \cdot 5, 7, 8, 10 + 2^2, 8^2, 10 + 4, 8^2, 10 + 2 \cdot 2, 8, 10^2 + 5, 7^2, 11 + 2, 4, 5, 8, 11 + 2 + 2^2, 7, 8, 11 + 2 \cdot 4, 5, 10, 11 + 2 + 2^2, 4, 11 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5, 13 + 2 \cdot 5^2, 7, 13 + 2 \cdot 2, 5, 10, 13 + 2, 4, 11, 13 + 2 \cdot 2^2, 5, 7, 14 + 2 \cdot 4, 5, 7, 14 + 2 \cdot 2, 7^2, 14 + 2 \cdot 2^2, 4, 8, 14 + 4^2, 8, 14 + 2, 4, 10, 14 + 2 \cdot 2^2, 5^2, 16 + 2 \cdot 2, 4, 8, 16 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 17 + 2 \cdot 2, 5^2, 17 + 5, 7, 17 + 2 \cdot 2, 10, 17 + 2^2, 10, 16 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 17 + 4^2, 5, 17 + 2, 4, 7, 17 + 2, 4, 5, 19 + 2^2, 7, 19 + 2^2, 4^2, 5, 7^2 + 2, 4, 5^2, 7, 8 + 2^2, 5, 7^2 + 2 \cdot 2, 2^2, 4, 5, 8^2 + 2^2, 5^2, 7, 10 + 4, 5^2, 10 + 2 \cdot 2^2, 7, 11^2 + 2 \cdot 2, 4, 5^2, 13 + 2 \cdot 2^2, 5, 7, 13 + 2^2, 4, 8, 13 + 2 \cdot 4^2, 8, 13 + 2 \cdot 2, 4, 10, 13 + 2 \cdot 5, 11, 13 + 2, 4^2, 5, 14 + 2 \cdot 2^2, 4, 7, 14 + 2 \cdot 2, 5, 8, 14 + 4, 5, 8, 14 + 2 \cdot 2, 7, 8, 14 + 5, 10, 14 + 2, 13, 14 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 16 + 4^2, 5, 16 + 2, 4, 7, 16 + 5, 8, 16 + 2 \cdot 2, 11, 16 + 2^2, 11, 16 + 4, 11, 16 + 2^2, 5^2, 17 + 2 \cdot 2, 5, 7, 17 + 7^2, 17 + 2^2, 10, 17 + 4, 10, 17 + 2^2, 4^2, 19 + 2 \cdot 2, 5^2, 19 + 5, 7, 19 + 2 \cdot 2^2, 8, 19 + 2 \cdot 4, 8, 19 \\
e_{12} &= \overline{2, 4, 5^2, 7 + 2 \cdot 2^2, 5, 7^2 + 2, 4^2, 5, 8 + 2 \cdot 2^2, 4, 7, 8 + 2 + 5, 8^2 + 7, 8^2 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 10 + 5, 8, 10 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 11 + 2 \cdot 5^2, 11 + 5, 7, 11 + 2 \cdot 2, 10, 11 + 5^2, 13 + 2, 8, 13 + 2^2, 5, 7, 8 + 2 \cdot 4, 5, 7, 8 + 2 \cdot 2, 7^2, 8 + 2^2, 4, 8^2 + 4^2, 8^2 + 2^2, 5^2, 10 + 2 \cdot 4, 5^2, 10 + 2 \cdot 2, 5, 7, 10 + 2 + 2, 4, 8, 10 + 2^2, 10^2 + 2^2, 4, 5, 11 + 4^2, 5, 11 + 2, 4, 7, 11 + 2 + 4, 5, 13 + 2^2, 7, 13 + 2^2, 4, 5^2, 7 + 4^2, 5^2, 7 + 2 \cdot 2, 4, 5, 7^2 + 2^2, 4^2, 5, 8 + 2 + 2^2, 4^2, 5, 8, 10 + 2 \cdot 4^2, 5, 8 + 10 + 2 \cdot 2^2, 4, 7, 8, 10 + 5, 8^2, 10 + 2 \cdot 2^2, 7, 10^2 + 2 \cdot 4, 7, 10 + 2 + 2^2, 5, 7, 11 + 2^2, 4^2, 8, 11 + 2 \cdot 2, 5^2, 8, 11 + 5, 7, 8, 11 + 2 \cdot 2^2, 8^2, 11 + 2 \cdot 4, 8^2, 11 + 2 \cdot 5^2, 10, 11 + 10^2, 11 + 2 \cdot 2^2, 5, 11^2 + 2 \cdot 4, 5, 11^2 + 2 + 2, 7, 11^2 + 2^2, 4, 5^2, 13 + 2 \cdot 4^2, 5^2, 13 + 2^2, 7, 13 + 2 \cdot 2, 4^2, 8, 13 + 5^2, 8, 13 + 2 \cdot 2^2, 4, 10, 13 + 4^2, 10, 13 + 8, 10, 13 + 2, 5, 11, 13 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5, 14 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 7, 14 + 2^2, 5, 8, 14 + 4, 5, 8, 14 + 2 \cdot 2, 7, 8, 14 + 2 \cdot 2, 5, 10, 14 + 7, 10, 14 + 2 \cdot 2^2, 13, 14 + 2 \cdot 4, 13, 14 + 2 \cdot 2, 4^2, 5, 16 + 2 \cdot 4^2, 7, 16 + 2 \cdot 2, 5, 8, 16 + 2 \cdot 5, 10, 16 + 2^2, 11, 16 + 4, 11, 16 + 2^2, 5^2, 17 + 4, 5^2, 17 + 2 \cdot 2, 5, 7, 17 + 7^2, 17 + 2^2, 10, 17 + 4, 10, 17 + 2^2, 4^2, 19 + 2 \cdot 2, 5^2, 19 + 5, 7, 19 + 2 \cdot 2^2, 8, 19 + 2 \cdot 4, 8, 19
\end{aligned}$$

Primitive central idempotents of $\mathbb{F}_3 S_n$ for $n \equiv 2 \pmod{3}$ and $n \leq 29$:

$$\begin{aligned}
e_6 &= 2^2, 4^2 + 2, 5^2 + 2 \cdot 5, 7 + 2, 10 + 2^2, 4, 5 + 2 \cdot 4^2, 5 + 2 \cdot 2, 4, 7 + 2 \cdot 2^2, 5^2 + 2 \cdot 4, 5^2 + 2, 5, 7 + 2 \cdot 7^2 + 2 \cdot 2^2, 10 + 2 \cdot 4, 10|_{14} + 2 \cdot 2, 4^2, 5 + 2 \cdot 2^2, 4, 7 + 4^2, 7 + 5, 10 + 2 \cdot 2, 13 + 2 \cdot 2, 4, 5^2 + 2 \cdot 2^2, 5, 7 + 2 \cdot 4, 5, 7 + 2 \cdot 2, 7^2 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5 + 2, 4^2, 7 + 5^2, 7 + 2 \cdot 2, 5, 10 + 2 \cdot 7, 10 + 2^2, 13 + 4, 13|_{17} + 2^2, 4, 5^2 + 2, 4, 5, 7 + 2 \cdot 2^2, 7^2 + 4, 7^2 + 2, 4^2, 8 + 2 \cdot 5^2, 8 + 2, 8^2 + 8, 10 + 2, 5, 11 + 2 \cdot 7, 11 + 2 \cdot 5, 13 + 2, 16 + 2 \cdot 5, 7^2 + 2 \cdot 2, 4, 5, 8 + 2^2, 7, 8 + 2 \cdot 4, 7, 8 + 2 \cdot 2^2, 5, 10 + 2 \cdot 2, 7, 10 + 2^2, 4, 11 + 2 \cdot 4^2, 11 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 7 + 2 \cdot 4^2, 5, 7 + 2 \cdot 2, 4, 7^2 + 2^2, 4^2, 8 + 2, 5^2, 8 + 2 \cdot 5^2, 8 + 2, 8^2 + 8, 10 + 2, 5, 11 + 2 \cdot 4, 5, 11 + 2 \cdot 2, 7, 11 + 2 \cdot 5, 13 + 7, 13 + 2 \cdot 2^2, 16 + 2 \cdot 4, 16|_{20} + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 8 + 2 \cdot 5, 8^2 + 2^2, 7, 10 + 4, 7, 10 + 2, 4^2, 11 + 2 \cdot 8, 11 + 2 \cdot 2^2, 4, 13 + 2 \cdot 8, 13 + 2 \cdot 2, 5, 14 + 7, 14 + 2 \cdot 5, 16 + 2, 19 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5^2 + 2 \cdot 2, 4^2, 5, 7 + 2 \cdot 2^2, 4, 7^2 + 4^2, 7^2 + 2 \cdot 2^2, 5^2, 8 + 2 \cdot 5, 7, 8 + 2 \cdot 4, 4, 8^2 + 2 \cdot 2^2, 8, 10 + 4, 8, 10 + 2, 10^2 + 2 \cdot 2, 4, 5, 11 + 4, 5, 13 + 2 \cdot 2, 7, 13 + 2 \cdot 2^2, 4, 14 + 4^2, 14 + 2, 4, 16 + 2 \cdot 2, 4, 5^2, 7 + 2 \cdot 2^2, 5, 7^2 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 7, 8 + 2 \cdot 5, 8^2 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 10 + 2 \cdot 2 \cdot 4, 7, 10 + 5, 7, 11 + 2 \cdot 2^2, 8, 11 + 2 \cdot 4, 8, 11 + 2 \cdot 2, 4^2, 13 + 2 \cdot 8, 13 + 10, 13 + 2^2, 5, 14 + 4, 5, 14 + 2 \cdot 2, 7, 14 + 2 \cdot 5, 16 + 2 \cdot 2^2, 19 + 2 \cdot 4, 19|_{23} + 2^2, 4^2, 5, 7 + 4, 5, 7, 8 + 2, 7^2, 8 + 4, 5^2, 10 + 2 \cdot 2, 5, 7, 10 + 7^2, 10 + 2, 4, 8, 10 + 2^2, 10^2 + 2 \cdot 4, 10^2 + 2 \cdot 2^2, 5, 11 + 5, 8, 11 + 2 \cdot 2, 4, 5, 13 + 4^2, 5, 13 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5, 7 + 2 \cdot 2^2, 5, 8 + 2 \cdot 4, 5, 8^2 + 2 \cdot 5, 8, 10 + 5, 10^2 + 2 \cdot 2^2, 5^2, 11 + 2 \cdot 4, 5^2, 11 + 2 \cdot 2, 7, 11 + 2 \cdot 5, 11 + 2 \cdot 4, 5^2, 11 + 7^2, 11 + 2 \cdot 2^2, 10, 11 + 4, 10, 11 + 2 \cdot 5, 13 + 5, 7, 13 + 2^2, 8, 13 + 2 \cdot 4, 8, 13 + 2 \cdot 2, 10, 13 + 2 \cdot 2^2, 4, 7, 14 + 2 \cdot 2, 7, 16 + 2 \cdot 2, 4^2, 7^2 + 2^2, 4^2, 7^2 + 4^2, 5^2, 8 + 2, 4, 5, 7, 8 + 2 \cdot 2^2, 7^2, 8 + 2 \cdot 2, 4^2, 8^2 + 5^2, 8^2 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 10 + 2 \cdot 2 \cdot 2, 5, 16 + 2 \cdot 2, 7, 16 + 2 \cdot 2, 4^2, 10 + 2 \cdot 4, 8, 10 + 8^2, 10 + 2 \cdot 2, 4^2, 10^2 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5, 11 + 2 \cdot 2^2, 4, 7, 11 + 2 \cdot 4^2, 7, 11 + 2 \cdot 2, 5, 8, 11 + 2 \cdot 7, 8, 11 + 2 \cdot 2^2, 11^2 + 4, 11^2 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 13 + 13^2 + 2, 5^2, 14 + 5, 7, 14 + 2^2, 8, 14 + 4, 8, 14 + 2, 10, 14 + 2 \cdot 5^2, 16 + 2 \cdot 2, 8, 16 + 7, 19|_{26} + 2 \cdot 4^2, 5^2, 7 + 2^2, 4, 5, 7^2 + 2 \cdot 4^2, 5, 7^2 + 2^2, 4^2, 7, 8 + 2 \cdot 5^2, 7, 8 + 2 \cdot 5, 7^2, 8 + 2 \cdot 2^2, 7, 8^2 + 2^2, 4^2, 5, 10 + 2 \cdot 2, 4^2, 7, 10 + 2 \cdot 2^2, 5, 8, 10 + 4, 5, 8, 10 + 2 \cdot 2, 5, 10^2 + 2 \cdot 7, 10^2 + 2^2, 5, 7, 11 + 4^2, 8, 11 + 5, 11^2 + 2 \cdot 2^2, 5^2, 13 + 2 \cdot 4, 5^2, 13 + 7^2, 13 + 2 \cdot 2^2, 13 + 2, 4, 8, 13 + 2 \cdot 2^2, 10, 13 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 14 + 4^2, 5, 14 + 5, 8, 14 + 2 \cdot 2, 11, 14 + 13 + 14 + 2, 4, 5, 16 + 2^2, 7, 16 + 4, 7, 16 + 11, 16 + 2 \cdot 2, 4^2, 17 + 5^2, 17 + 2 \cdot 2, 8, 17 + 2 \cdot 10, 17 + 2^2, 4, 19 + 4^2, 19 + 8, 19 + 2 \cdot 2, 5, 20 + 7, 20 + 5, 22 + 2 \cdot 2, 25 + 2^2, 5^2, 10 + 4^2, 5^2, 10 + 2 \cdot 2, 4, 5, 7, 10 + 2 \cdot 4, 7^2, 10 + 2 + 2^2, 4, 8, 10 + 2 \cdot 5, 8, 10 + 2 \cdot 2, 8, 10 + 8, 10^2 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5, 11 + 2 \cdot 2, 4, 2^2, 7, 11 + 2 \cdot 2^2, 5, 8, 11 + 2 \cdot 7, 8, 11 + 2 \cdot 2, 5, 10, 11 + 2 \cdot 7, 10, 11 + 2 \cdot 2, 4, 8, 11^2 + 7, 8, 13 + 2 \cdot 5, 10, 10, 13 + 2 \cdot 2, 11, 13 + 2 \cdot 13^2 + 4, 5^2, 14 + 2 \cdot 5, 7, 14 + 7^2, 14 + 2 \cdot 2, 4, 8, 14 + 2 \cdot 2^2, 10, 14 + 2 \cdot 2, 5^2, 16 + 2^2, 8, 16 + 2 \cdot 4, 8, 16 + 2 \cdot 2, 10, 16 + 2, 4, 5, 17 + 2 \cdot 2^2, 7, 17 + 4, 7, 17 + 2 \cdot 2, 7, 19 + 2 \cdot 2^2, 4, 20 + 4^2, 20 + 2, 4, 22 + 2^2, 4^2, 5^2, 7 + 2 \cdot 2^2, 5^2, 7, 8 + 4, 5^2, 7, 8 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 8^2 + 4^2, 5, 7, 8^2 + 2^2, 5^2, 8^2 + 2 \cdot 5, 7, 8^2 + 2^2, 4, 5, 10^2 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5, 11 + 2 \cdot 2, 4, 2^2, 7, 11 + 2 \cdot 2^2, 5, 8, 11 + 2 \cdot 7, 8, 11 + 2 \cdot 2, 5, 10, 11 + 2 \cdot 7, 10, 11 + 2 \cdot 2, 4, 8, 11^2 + 7, 8, 13 + 2 \cdot 5, 10, 10, 13 + 2 \cdot 2, 11, 13 + 2 \cdot 13^2 + 4, 5^2, 14 + 2 \cdot 5, 7, 14 + 7^2, 14 + 2 \cdot 2, 4, 8, 14 + 2 \cdot 2^2, 10, 14 + 2 \cdot 2, 5^2, 16 + 2^2, 8, 16 + 2 \cdot 4, 8, 16 + 2 \cdot 2, 10, 16 + 2, 4, 5, 17 + 2 \cdot 2^2, 7, 17 + 4, 7, 17 + 2 \cdot 2, 7, 19 + 2 \cdot 2^2, 4, 20 + 4^2, 20 + 2, 4, 22 + 2^2, 4^2, 5^2, 7 + 2 \cdot 2^2, 5^2, 7, 8 + 4, 5^2, 7, 8 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 8^2 + 2 \cdot 4, 5, 7, 8^2 + 2^2, 5^2, 7, 10 + 2 \cdot 5, 7^2, 10 + 2 + 2 \cdot 5, 7^2, 10 + 2 \cdot 2, 4, 8, 10 + 2 \cdot 2^2, 7, 8, 10 + 2^2, 5, 10^2 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5, 11 + 2 \cdot 2, 4, 2^2, 7, 11 + 2 \cdot 2^2, 5, 8, 11 + 2 \cdot 7, 8, 11 + 2 \cdot 2, 5, 10, 11 + 2 \cdot 7, 10, 11 + 2 \cdot 2, 4, 8, 11^2 + 7, 8, 13 + 2 \cdot 5, 10, 10, 13 + 2 \cdot 2, 11, 13 + 2 \cdot 13^2 + 4, 5^2, 14 + 2 \cdot 5, 7, 14 + 7^2, 14 + 2 \cdot 2, 4, 8, 14 + 2 \cdot 2^2, 10, 14 + 2 \cdot 2, 5^2, 16 + 2^2, 8, 16 + 2 \cdot 4, 8, 16 + 2 \cdot 2, 10, 16 + 2, 4, 5, 17 + 2 \cdot 2^2, 7, 17 + 4, 7, 17 + 2 \cdot 2, 7, 19 + 2 \cdot 2^2, 4, 20 + 4^2, 20 + 2, 4, 22 + 2^2, 4^2, 5^2, 7 + 2 \cdot 2^2, 5^2, 7, 8 + 4, 5^2, 7, 8 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 8^2 + 2 \cdot 4, 5, 7, 8^2 + 2^2, 5^2, 7, 11 + 2 \cdot 5, 7, 13 + 2 \cdot 2^2, 13 + 2 \cdot 2^2, 8, 13 + 5, 11, 13 + 2 \cdot 4, 5^2, 14 + 2 \cdot 2^2, 4, 7, 14 + 2 \cdot 2, 5, 8, 14 + 2^2, 11, 14 + 4, 11, 14 + 2 \cdot 2, 13, 14 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 16 + 4^2, 5, 16 + 2 \cdot 4, 7, 16 + 5, 8, 16 + 2 \cdot 2, 11, 16 + 13, 16 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 17 + 2 \cdot 2, 5^2, 17 + 5, 7, 17 + 2 \cdot 2^2, 8, 17 + 4, 8, 17 + 2, 10, 17 + 2 \cdot 2, 4^2, 19 + 2 \cdot 2, 8, 19 + 2^2, 5, 20 + 4, 5, 20 + 2 \cdot 2, 7, 20 + 2 \cdot 2, 5, 22 + 7, 22 + 2^2, 25 + 4, 25 \\
e_7 &= 2 \cdot 2, 4^2, 5 + 2 \cdot 2^2, 4, 7 + 2 \cdot 4^2, 7 + 2 \cdot 2, 5, 8 + 2 \cdot 7, 8 + 2^2, 11 + 4, 11 + 2 \cdot 2, 4, 2^2, 5 + 2 \cdot 2^2, 5, 7 + 4 \cdot 2^2, 4, 8 + 4^2, 8 + 2 \cdot 8^2 + 2 \cdot 5, 11 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 7 + 2 \cdot 5, 8 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 7 + 2 \cdot 2^2, 5^2, 8 + 2 \cdot 4, 5^2, 11 + 2 \cdot 2, 4^2, 17 + 5^2, 17 + 2 \cdot 2, 8, 17 + 2 \cdot 10, 17 + 2^2, 4, 19 + 4^2, 19 + 8, 19 + 2 \cdot 2, 5, 20 + 7, 20 + 5, 22 + 2 \cdot 2, 25 + 2^2, 5^2, 10 + 4^2, 5^2, 10 + 2 \cdot 2, 4, 5, 7, 10 + 2 \cdot 4, 7^2, 10 + 2 + 2^2, 4, 20 + 4^2, 20 + 2, 4, 22 + 2^2, 4^2, 5^2, 7 + 2 \cdot 2^2, 5^2, 7, 8 + 4, 5^2, 7, 8 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 10^2 + 2 \cdot 2, 4^2, 5, 10^2 + 2 \cdot 2, 7, 10^2 + 2^2, 4^2, 5, 11 + 2 \cdot 2, 4, 2^2, 7, 11 + 2 \cdot 2^2, 5, 8, 11 + 2 \cdot 7, 8, 11 + 2 \cdot 2, 5, 10, 11 + 2 \cdot 7, 10, 11 + 2 \cdot 2, 4, 8, 11^2 + 7, 8, 13 + 2 \cdot 5, 10, 10, 13 + 2 \cdot 2, 11, 13 + 2 \cdot 13^2 + 4, 5^2, 14 + 2 \cdot 5, 7, 14 + 7^2, 14 + 2 \cdot 2, 4, 8, 14 + 2 \cdot 2^2, 10, 14 + 2 \cdot 2, 5^2, 16 + 2^2, 8, 16 + 2 \cdot 4, 8, 16 + 2 \cdot 2, 10, 16 + 2, 4, 5, 17 + 2 \cdot 2^2, 7, 17 + 4, 7, 17 + 2 \cdot 2, 7, 19 + 2 \cdot 2^2, 4, 20 + 4^2, 20 + 2, 4, 22 + 2^2, 4^2, 5^2, 7 + 2 \cdot 2^2, 5^2, 7, 8 + 4, 5^2, 7, 8 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 8^2 + 2 \cdot 4, 5, 7, 8^2 + 2^2, 5^2, 7, 11 + 2 \cdot 5, 7, 13 + 2 \cdot 2^2, 13 + 2 \cdot 2^2, 8, 13 + 5, 11, 13 + 2 \cdot 4, 5^2, 14 + 2 \cdot 2^2, 4, 7, 14 + 2 \cdot 2, 5, 8, 14 + 2^2, 11, 14 + 4, 11, 14 + 2 \cdot 2, 13, 14 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 16 + 4^2, 5, 16 + 2 \cdot 4, 7, 16 + 5, 8, 16 + 2 \cdot 2, 11, 16 + 13, 16 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 17 + 2 \cdot 2, 5^2, 17 + 5, 7, 17 + 2 \cdot 2^2, 8, 17 + 4, 8, 17 + 2, 10, 17 + 2 \cdot 2, 4^2, 19 + 2 \cdot 2, 8, 19 + 2^2, 5, 20 + 4, 5, 20 + 2 \cdot 2, 7, 20 + 2 \cdot 2, 5, 22 + 7, 22 + 2^2, 25 + 4, 25
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
e_{10} &= 4^2, 5^2 + 2, 4, 5, 7 + 2^2, 7^2 + 4, 7^2 + 2, 4^2, 8 + 5^2, 8 + 2 \cdot 2, 8^2 + 2^2, 4, 10 + 4^2, 10 + 8, 10 + 2 \cdot 2, 5, 11 + 2 \cdot 7, 11 + 2, 5^2, 7 + 2 \\
&\quad 5, 7^2 + 2, 4, 5, 8 + 2 \cdot 2^2, 7, 8 + 2 \cdot 4, 7, 8 + 2 \cdot 2^2, 5, 10 + 2 \cdot 4, 5, 10 + 2 \cdot 2^2, 4, 11 + 2 \cdot 4^2, 11 + 2, 4^2, 5^2 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 7 + 2, 4, 7^2 + \\
&\quad 2 \cdot 2^2, 4^2, 8 + 2, 5^2, 8 + 5, 7, 8 + 2 \cdot 2^2, 8^2 + 4, 8^2 + 2, 4^2, 10 + 5^2, 10 + 2, 8, 10 + 2 \cdot 2^2, 5, 11 + 4, 5, 11 + 2 \cdot 2, 7, 11|_{20+2} \\
&\quad 2^2, 5^2, 7 + 4, 5^2, 7 + 2, 5, 7^2 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 8 + 2 \cdot 5, 8^2 + 2 \cdot 2^2, 7, 10 + 2 \cdot 4, 7, 10 + 2 \cdot 2, 4^2, 11 + 2, 8, 11 + 2^2, 4, 13 + 4^2, 13 + \\
&\quad 8, 13 + 2 \cdot 2, 5, 14 + 2 \cdot 7, 14 + 2^2, 4^2, 5^2 + 2 \cdot 2, 4^2, 5, 7 + 2 \cdot 2^2, 4, 7^2 + 2 \cdot 4^2, 7^2 + 2^2, 5^2, 8 + 2, 5, 7, 8 + 2, 4, 8^2 + 2 \cdot 2, 5^2, 10 + \\
&\quad 5, 7, 10 + 2 \cdot 2^2, 8, 10 + 2 \cdot 4, 8, 10 + 2 \cdot 2, 4, 5, 11 + 2 \cdot 2^2, 5, 13 + 2 \cdot 4, 5, 13 + 2 \cdot 2^2, 4, 14 + 2 \cdot 4^2, 14 + 2, 4, 5^2, 7 + 2^2, 5, 7^2 + \\
&\quad 4^2, 7, 8 + 2 \cdot 2, 5, 8^2 + 2^2, 4, 5, 10 + 2 \cdot 4^2, 5, 10 + 2 \cdot 2, 4, 7, 10 + 5^2, 7, 11 + 2^2, 8, 11 + 2 \cdot 4, 8, 11 + 2 \cdot 2^2, 13 + 5^2, 13 + 2, 8, 13 + \\
&\quad 2^2, 5^2, 14 + 4, 5, 14 + 2 \cdot 2, 7, 14|_{23+5^2}, 7^2 + 2^2, 5, 7, 8 + 4, 5, 7, 8 + 2, 7^2, 8 + 2^2, 4, 8^2 + 2^2, 5^2, 10 + 4, 5^2, 10 + 2, 5, 7, 10 + \\
&\quad 2 \cdot 7^2, 10 + 2, 4, 8, 10 + 2^2, 4, 5, 11 + 2 \cdot 4^2, 5, 11 + 5, 8, 11 + 2 \cdot 2, 11^2 + 2 \cdot 2^2, 7, 13 + 2 \cdot 4, 7, 13 + 2 \cdot 4^2, 14 + 2 \cdot 5^2, 14 + 2 \cdot \\
&\quad 2, 8, 14 + 2 \cdot 10, 14 + 2^2, 4, 16 + 4^2, 16 + 8, 16 + 2 \cdot 2^2, 4, 5^2, 7 + 4^2, 5^2, 7 + 2, 4, 5, 7^2 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5, 8 + 2, 4^2, 7, 8 + 2 \cdot 5^2, 7, 8 + \\
&\quad 2^2, 5, 8^2 + 2 \cdot 2, 7, 8^2 + 2^2, 5^2, 11 + 2 \cdot 4, 5^2, 11 + 2 \cdot 5, 7, 11 + 7^2, 11 + 2 \cdot 2, 4, 8, 11 + 2^2, 10, 11 + 4, 10, 11 + 2 \cdot 2, 5^2, 13 + \\
&\quad 5, 7, 13 + 2 \cdot 2^2, 8, 13 + 2 \cdot 4, 8, 13 + 2, 4, 5, 14 + 2^2, 7, 14 + 4, 7, 14 + 2 \cdot 2^2, 5, 16 + 2 \cdot 4, 5, 16 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 7^2 + 2 \cdot 4, 5, 7, 8 + 2 \cdot \\
&\quad 2^2, 7^2, 8 + 2, 4^2, 8^2 + 2 \cdot 5^2, 8^2 + 2^2, 5, 7, 10 + 4, 5, 7, 10 + 2 \cdot 2, 7^2, 10 + 2 \cdot 2^2, 4, 8, 10 + 4^2, 8, 10 + 8^2, 10 + 2 \cdot 2^2, 4, 7, 11 + 2 \cdot \\
&\quad 4^2, 7, 11 + 2, 5, 8, 11 + 2 \cdot 5, 10, 11 + 2 \cdot 2^2, 11^2 + 2^2, 4, 5, 13 + 2 \cdot 4^2, 5, 13 + 2 \cdot 2, 4, 7, 13 + 2^2, 4^2, 14 + 2 \cdot 2, 5^2, 14 + 2 \cdot \\
&\quad 2^2, 8, 14 + 4, 8, 14 + 2 \cdot 2, 10, 14 + 2, 4^2, 16 + 5^2, 16 + 2, 8, 16|_{26+4^2}, 5, 7^2 + 2, 5^2, 7, 8 + 2, 4, 5, 8^2 + 2 \cdot 4, 7, 8^2 + 2 \cdot 4^2, 7, 10 + \\
&\quad 2 \cdot 4, 5, 8, 10 + 2 \cdot 2, 5, 10^2 + 2 \cdot 7, 10^2 + 2, 4, 5^2, 11 + 2 \cdot 2^2, 5, 7, 11 + 4^2, 8, 11 + 8^2, 11 + 2 \cdot 2, 4, 10, 11 + 2 \cdot 5, 11^2 + 2 \cdot 2^2, 5^2, 13 + \\
&\quad 7^2, 13 + 2 \cdot 2^2, 10, 13 + 2 \cdot 4, 10, 13 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 14 + 2 \cdot 4^2, 5, 14 + 2 \cdot 5, 8, 14 + 2, 11, 14 + 2 \cdot 13, 14 + 2 \cdot 2, 4, 5, 16 + 2 \cdot 2^2, 7, 16 + \\
&\quad 4, 7, 16 + 11, 16 + 2 \cdot 2, 4^2, 17 + 2 \cdot 5^2, 17 + 2, 8, 17 + 2 \cdot 10, 17 + 2, 5, 20 + 7, 20 + 2^2, 5^2, 7^2 + 2, 4^2, 5^2, 8 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 7, 8 + \\
&\quad 4^2, 5, 7, 8 + 2 \cdot 2, 4, 7^2, 8 + 2^2, 4^2, 8^2 + 2, 5^2, 8^2 + 5, 7, 8^2 + 2^2, 4, 5^2, 10 + 2 \cdot 4^2, 5^2, 10 + 2^2, 7^2, 10 + 4, 7^2, 10 + 2, 4^2, 8, 10 + \\
&\quad 2, 8^2, 10 + 8, 10^2 + 2^2, 4^2, 5, 11 + 2, 4^2, 7, 11 + 5^2, 7, 11 + 2^2, 5, 8, 11 + 2 \cdot 4, 5, 8, 11 + 2, 7, 8, 11 + 2, 4, 11^2 + 2 \cdot 2, 5, 8, 13 + \\
&\quad 7, 8, 13 + 5, 10, 13 + 2 \cdot 2^2, 11, 13 + 2 \cdot 4, 11, 13 + 2 \cdot 4, 5^2, 14 + 7^2, 14 + 2, 4, 8, 14 + 2 \cdot 2^2, 10, 14 + 2 \cdot 4, 10, 14 + 2, 5^2, 16 + 2 \cdot \\
&\quad 5, 7, 16 + 2 \cdot 2, 4, 5, 17 + 2^2, 7, 17 + 4, 7, 17 + 2^2, 4, 20 + 4^2, 20 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5^2, 7 + 2 \cdot 2, 4^2, 5, 7^2 + 2^2, 5^2, 7, 8 + 2 \cdot 4, 5^2, 7, 8 + \\
&\quad 2^2, 4, 5, 8^2 + 2 \cdot 4^2, 5, 8^2 + 2 \cdot 2, 4, 7, 8^2 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 7, 10 + 2, 5^2, 7, 10 + 2 \cdot 2, 4, 5, 8, 10 + 2^2, 7, 8, 10 + 4, 7, 8, 10 + 2^2, 5, 10^2 + \\
&\quad 2 \cdot 2, 7, 10^2 + 2 \cdot 2^2, 4, 5^2, 11 + 4^2, 5^2, 11 + 2 \cdot 2^2, 7^2, 11 + 4, 7^2, 11 + 2 \cdot 5^2, 8, 11 + 2, 8^2, 11 + 4^2, 10, 11 + 2 \cdot 8, 10, 11 + 2 \cdot \\
&\quad 2, 5, 11^2 + 2 \cdot 2, 4, 5^2, 13 + 2 \cdot 2^2, 5, 7, 13 + 2, 7^2, 13 + 4^2, 8, 13 + 2 \cdot 2, 4, 10, 13 + 5, 11, 13 + 2 \cdot 2^2, 4, 7, 14 + \\
&\quad 4^2, 7, 14 + 2 \cdot 2, 5, 8, 14 + 2 \cdot 5, 10, 14 + 2^2, 11, 14 + 2 \cdot 4, 11, 14 + 2 \cdot 2, 13, 14 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 16 + 2 \cdot 4^2, 5, 16 + 2, 4, 7, 16 + 2 \cdot \\
&\quad 5, 8, 16 + 2, 11, 16 + 2^2, 4^2, 17 + 2 \cdot 2, 5^2, 17 + 2 \cdot 5, 7, 17 + 2^2, 8, 17 + 2 \cdot 4, 8, 17 + 2 \cdot 2, 10, 17 + 2^2, 5, 20 + 2 \cdot 4, 5, 20 + 2, 7, 20 \\
e_{11} &= 2^2, 5, 7, 8 + 2^2, 4, 8^2 + 2^2, 5^2, 10 + 2^2, 4, 5, 11 + 2 \cdot 5, 8, 11 + 2, 11^2 + 5^2, 14 + 2, 8, 14 + 2 \cdot 2^2, 4, 5^2, 7 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5, 8 + 5^2, 7, 8 + \\
&\quad 2^2, 5, 8^2 + 2 \cdot 4, 5, 8^2 + 2 \cdot 2, 7, 8^2 + 2, 5, 8, 10 + 2^2, 5^2, 11 + 4, 5^2, 11 + 2, 5, 7, 11 + 2 \cdot 2, 4, 8, 11 + 2 \cdot 2^2, 10, 11 + 2, 4, 5, 14 + \\
&\quad 2^2, 7, 14 + 2, 5^2, 7^2 + 4^2, 5^2, 8 + 2 \cdot 2, 4, 5, 7, 8 + 2^2, 7^2, 8 + 2 \cdot 5^2, 8^2 + 2, 4, 5^2, 10 + 2^2, 4, 8, 10 + 2 \cdot 8^2, 10 + 2 \cdot 2, 4^2, 5, 11 + \\
&\quad 2^2, 4, 7, 11 + 2, 5, 8, 11 + 2 \cdot 7, 8, 11 + 2 \cdot 5, 10, 11 + 2 \cdot 2^2, 11^2 + 2 \cdot 4, 11^2 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 14 + 2 \cdot 2, 5^2, 14 + 5, 7, 14 + 2 \cdot 2^2, 8, 14 + \\
&\quad 2 \cdot 4, 8, 14|_{26+2 \cdot 2, 4^2, 5^2}, 7 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 7^2 + 2^2, 4^2, 7, 8 + 5, 7^2, 8 + 2 \cdot 2, 4, 5, 8^2 + 2 \cdot 2^2, 7, 8^2 + 4, 7, 8^2 + 2^2, 4^2, 5, 10 + 2 \cdot \\
&\quad 5^2, 7, 10 + 2 \cdot 2^2, 5, 8, 10 + 2 \cdot 4, 5, 8, 10 + 2 \cdot 2, 7, 8, 10 + 2 \cdot 2, 4, 5^2, 11 + 2 \cdot 2^2, 5, 7, 11 + 2 \cdot 2, 7^2, 11 + 4^2, 8, 11 + \\
&\quad 2, 4, 10, 11 + 2 \cdot 2^2, 5^2, 13 + 2 \cdot 4^2, 5, 14 + 2 \cdot 2, 4, 7, 14 + 2^2, 5^2, 7^2 + 2^2, 4, 5, 7, 8 + 2 \cdot 4^2, 5, 7, 8 + 2 \cdot 2, 4, 7, 12^2, 8 + 2^2, 4^2, 8^2 + \\
&\quad 5, 7, 8^2 + 2^2, 4, 5^2, 10 + 2 \cdot 4^2, 5^2, 10 + 2 \cdot 2, 4, 5, 7, 10 + 2 \cdot 2^2, 7^2, 10 + 2 \cdot 2, 5^2, 8, 10 + 2, 8^2, 10 + 2^2, 4^2, 5, 11 + 2 \cdot 5^2, 7, 11 + \\
&\quad 4, 5, 8, 11 + 2, 7, 8, 11 + 2 \cdot 2, 5, 10, 11 + 2 \cdot 2, 4, 11^2 + 2 \cdot 2, 5, 8, 13 + 2^2, 11, 13 + 2 \cdot 4, 5^2, 14 + 2 \cdot 2, 5, 7, 14 + 2 \cdot 2, 4, 8, 14 + 2 \cdot \\
&\quad 2^2, 10, 14 + 2 \cdot 2, 4^2, 5, 7^2 + 2 \cdot 4, 5^2, 7, 8 + 2, 5, 7^2, 8 + 2 \cdot 4^2, 5^2, 8 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 7, 10 + 2 \cdot 2, 5^2, 7, 10 + 2 \cdot 5, 7^2, 10 + 2 \cdot 4, 5, 8, 10 + \\
&\quad 2 \cdot 2^2, 7, 8, 10 + 4, 7, 8, 10 + 2 \cdot 4, 5, 7, 11 + 2 \cdot 2^2, 7^2, 11 + 4, 7^2, 11 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 8, 11 + 2 \cdot 2^2, 4, 10, 11 + 2 \cdot 4^2, 10, 11 + 8, 10, 11 + \\
&\quad 7, 11^2 + 2 \cdot 2, 4, 5^2, 13 + 2 \cdot 2^2, 4, 8, 13 + 8^2, 13 + 5, 11, 13 + 2 \cdot 2, 4^2, 5, 14 + 2 \cdot 2^2, 4, 7, 14 + 4^2, 7, 14 + 7, 8, 14 + 2 \cdot 5, 10, 14 \\
e_{12} &= 2 \cdot 2^2, 5, 7, 8 + 2 \cdot 2^2, 4, 8^2 + 2 \cdot 2^2, 5^2, 10 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 11 + 5, 8, 11 + 2 \cdot 2, 11^2 + 2 \cdot 5^2, 14 + 2 \cdot 2, 8, 14 + 2 \cdot 2^2, 4, 5^2, 7 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5, 8 + \\
&\quad 2 \cdot 5^2, 7, 8 + 2 \cdot 2^2, 5, 8^2 + 4, 5, 8^2 + 2, 7, 8^2 + 2 \cdot 2, 5, 8, 10 + 2^2, 5^2, 11 + 2 \cdot 4, 5^2, 11 + 2 \cdot 2, 5, 7, 11 + 2, 4, 8, 11 + 2^2, 10, 11 + 2 \cdot \\
&\quad 2, 4, 5, 14 + 2 \cdot 2^2, 7, 14 + 2 \cdot 2, 5^2, 7^2 + 2 \cdot 4^2, 5^2, 8 + 2 \cdot 2, 4, 5, 7, 8 + 2 \cdot 2^2, 7^2, 8 + 2 \cdot 5^2, 8^2 + 2 \cdot 2, 4, 5^2, 10 + 2 \cdot 2^2, 4, 8, 10 + \\
&\quad 8^2, 10 + 2, 4^2, 5, 11 + 2 \cdot 2^2, 4, 7, 11 + 2, 5, 8, 11 + 7, 8, 11 + 5, 10, 11 + 2 \cdot 2^2, 11^2 + 4, 11^2 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 14 + 2 \cdot 2, 5^2, 14 + 2 \cdot \\
&\quad 5, 7, 14 + 2 \cdot 2^2, 8, 14 + 4, 8, 14|_{26+2 \cdot 2, 4^2, 5^2}, 7 + 2^2, 4, 5, 7^2 + 2^2, 4^2, 7, 8 + 5, 7^2, 8 + 2 \cdot 2, 4, 5, 8^2 + 2 \cdot 2^2, 7, 8^2 + 2 \cdot 4, 5, 10 + 2 \cdot 5^2, 7, 11 + \\
&\quad 4, 7, 8^2 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5, 10 + 5^2, 7, 10 + 2 \cdot 2^2, 5, 8, 10 + 4, 5, 8, 10 + 2, 7, 8, 10 + 2 \cdot 2, 4, 5^2, 11 + 2 \cdot 2^2, 5, 7, 11 + 4, 5, 7, 11 + \\
&\quad 2, 7^2, 11 + 2 \cdot 2, 4, 8, 11 + 2 \cdot 2, 5, 10, 11 + 2 \cdot 2, 4, 11^2 + 2 \cdot 2, 5, 8, 13 + 2^2, 11, 13 + 2 \cdot 4, 5^2, 14 + 2 \cdot 2, 5, 7, 14 + 2 \cdot 2, 4, 8, 14 + 2 \cdot \\
&\quad 2^2, 10, 14 + 2 \cdot 2, 4^2, 5, 7^2 + 2 \cdot 4, 5^2, 7, 8 + 2, 5, 7^2, 8 + 2 \cdot 4^2, 5^2, 8 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 7, 10 + 2 \cdot 2, 5^2, 7, 10 + 2 \cdot 5, 7^2, 10 + 2 \cdot 4, 5, 8, 10 + \\
&\quad 2 \cdot 2^2, 7, 8, 10 + 4, 7, 8, 10 + 2 \cdot 4, 5, 7, 11 + 2 \cdot 2^2, 7^2, 11 + 2 \cdot 4, 7^2, 11 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 8, 11 + 2 \cdot 2^2, 4, 10, 11 + 4^2, 10, 11 + 8, 10, 11 + \\
&\quad 7, 11^2 + 2 \cdot 2, 4, 5^2, 13 + 2 \cdot 2^2, 4, 8, 13 + 8^2, 13 + 5, 11, 13 + 2 \cdot 2, 4^2, 5, 14 + 2 \cdot 2^2, 4, 7, 14 + 4^2, 7, 14 + 7, 8, 14 + 2 \cdot 5, 10, 14
\end{aligned}$$

2 The primitive central idempotents of group rings of alternating groups in characteristic 3

By Corollary B of [2] the field \mathbb{F}_9 is a splitting field for A_n , but not necessarily \mathbb{F}_3 , therefore we have to compute the primitive central idempotents of $\mathbb{F}_9 A_n$ (which mostly are already contained in $\mathbb{F}_3 A_n$).

As mentioned above we first compute the primitive idempotents of $Z(\mathbb{F}_3 A_n) \cap Z(\mathbb{F}_3 S_n)$. In the majority of cases these idempotents are already primitive as idempotents of $Z(\mathbb{F}_9 A_n)$. Thus we write down these idempotents first, as we can use Theorem 1 of [1] also for shortening this task: We only have to write down the idempotents for the groups A_{29}, A_{30}, A_{31} to get them all. If one of these idempotents is not primitive as an idempotent of $\mathbb{F}_9 A_n$ then it splits into a sum of two primitive central idempotents of $\mathbb{F}_9 A_n$ which we put subsequent to the idempotents of $Z(\mathbb{F}_3 A_n) \cap Z(\mathbb{F}_3 S_n)$.

If a class C of S_n splits into two conjugacy classes of A_n then we write C_- and C_+ for the A_n -classes.

Primitive central idempotents of $\mathbb{F}_9 A_n$ for $n \equiv 0 \pmod{3}$ and $n \leq 30$:

For $n = 3, 6, 9, 12, 15, 18, 24, 27, 30$ these idempotents are primitive as idempotents of $Z(\mathbb{F}_9 A_n)$. For $n = 21$ the idempotents e_1, \dots, e_4 are primitive central, e_6 does not exist and e_5 splits into the following two idempotents:

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{2 \cdot \overline{2^2, 4^2, 7} + 2 \cdot \overline{5, 7^2} + 2 \cdot \overline{4, 5, 10} + 2 \cdot \overline{2, 7, 10} + 2 \cdot \overline{4, 13} + \overline{4^2, 5, 7} + 2 \cdot \overline{2, 4, 7^2} + \overline{2, 4^2, 10} + \overline{10^2} + \zeta^7 \cdot \overline{7, 13_+} + \zeta^5 \cdot \overline{7, 13_-} + 2 \cdot \overline{4, 7, 10} + \overline{4^2, 13}}{\overline{7, 13_-} + 2 \cdot \overline{4, 7, 10} + \overline{4^2, 13}} \\ f_2 &= \frac{2 \cdot \overline{2^2, 4^2, 7} + 2 \cdot \overline{5, 7^2} + 2 \cdot \overline{4, 5, 10} + 2 \cdot \overline{2, 7, 10} + 2 \cdot \overline{4, 13} + \overline{4^2, 5, 7} + 2 \cdot \overline{2, 4, 7^2} + \overline{2, 4^2, 10} + \overline{10^2} + \zeta^5 \cdot \overline{7, 13_+} + \zeta^7 \cdot \overline{7, 13_-} + 2 \cdot \overline{4, 7, 10} + \overline{4^2, 13}}{\overline{7, 13_-} + 2 \cdot \overline{4, 7, 10} + \overline{4^2, 13}} \end{aligned}$$

Here ζ denotes a generator of \mathbb{F}_9 over \mathbb{F}_3 .

Primitive central idempotents of $\mathbb{F}_9 A_n$ for $n \equiv 1 \pmod{3}$ and $n \leq 31$:

$$\begin{aligned}
e_1 &= \overline{1|_1 + 2^2|_4 + 2, 4 + 2 \cdot 7|_7 + 4^2|_{10} + 2, 4, 5 + 2 \cdot 2^2, 7 + 11 + 2 \cdot 4, 8 + 2 \cdot 2, 10 + 4^2, 5 + 2 \cdot 2, 4, 7 + 13|_{13} + 2 \cdot 2^2, 5^2 + 4, 10 + 2, 5, 8 + 2^2, 11 + 2 \cdot 2, 4, 5^2 + 2 \cdot 2^2, 4, 8 + 8^2 + 5, 11|_{16} + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5 + 5^2, 7 + 2 \cdot 2, 4, 11 + 17 + 2 \cdot 2, 4, 5, 7 + 2 \cdot 7, 11 + 5, 13 + 2 \cdot 4, 14 + 2, 16 + 2^2, 4^2, 7 + 5, 7^2 + 2 \cdot 4, 7, 8 + 2 \cdot 4, 5, 10 + 2 \cdot 2, 7, 10 + 4^2, 11 + 2 \cdot 19|_{19} + 2 \cdot 4^2, 5, 7 + 2 \cdot 2^2, 8^2 + 2, 4^2, 10 + 2 \cdot 10^2 + 7, 13 + 2^2, 4, 5, 8 + 2 \cdot 5, 8^2 + 2 \cdot 4, 7, 10 + 2 \cdot 5^2, 11 + 4^2, 13 + 2 \cdot 2, 5, 14 + 2^2, 17 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5^2 + 2 \cdot 4^2, 7^2 + 2^2, 8, 10 + 2, 4, 5, 11 + 2^2, 7, 11 + 2 \cdot 11^2 + 2^2, 5, 13 + 2 \cdot 2^2, 4, 14 + 8, 14 + 5, 17|_{22} + 2 \cdot 2, 4, 5^2, 7 + 2^2, 5, 7^2 + 2 \cdot 2^2, 4, 7, 8 + 7, 8^2 + 2^2, 4^2, 11 + 2, 10, 11 + 2^2, 8, 13 + 4, 5, 14 + 2, 7, 14 + 2, 5, 16 + 2 \cdot 2, 4, 7, 17 + 2^2, 4^2, 5, 7 + 2 \cdot 5^2, 7^2 + 2 \cdot 4, 5, 7, 8 + 2, 7^2, 8 + 4^2, 8^2 + 2 \cdot 4, 8, 10 + 2 \cdot 2^2, 10^2 + 2 \cdot 4, 7, 11 + 2, 4, 5, 13 + 2 \cdot 2^2, 7, 13 + 2^2, 4, 16 + 2 \cdot 2, 4, 5, 5, 7^2 + 2 \cdot 2, 4^2, 7, 8 + 2 \cdot 2^2, 5, 8^2 + 2 \cdot 2^2, 4, 7, 10 + 2 \cdot 2 \cdot 7, 8, 10 + 2 \cdot 2^2, 5^2, 11 + 2 \cdot 7^2, 11 + 2 \cdot 4, 10, 11 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 13 + 2 \cdot 5, 7, 13 + 2 \cdot 4, 8, 13 + 2 \cdot 2, 10, 13 + 2 \cdot 4, 7, 14 + 2 \cdot 4, 5, 16 + 2, 7, 16 + 4^2, 17|_{25} + 2 \cdot 2^2, 4^2, 7^2 + 5^2, 8^2 + 4, 5, 7, 10 + 2 \cdot 2, 4, 10^2 + 2 \cdot 4^2, 7, 11 + 2 \cdot 2, 5, 8, 11 + 4^2, 5, 13 + 2, 4, 7, 13 + 2 \cdot 2^2, 8, 14 + 2 \cdot 10, 16 + 2^2, 5, 17 + 7, 19 + 4^2, 5, 7^2 + 2, 5^2, 7, 8 + 2^2, 7, 8^2 + 2, 4^2, 7, 10 + 2^2, 5, 8, 10 + 2, 4, 5^2, 11 + 2 \cdot 8^2, 11 + 2 \cdot 5, 11^2 + 7^2, 13 + 4, 10, 13 + 2 \cdot 2, 11, 14 + 4, 7, 16 + 2 \cdot 5^2, 17 + 2 \cdot 8, 17 + 4^2, 19 + 2 \cdot 2^2, 5^2, 7^2 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 7, 8 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 8^2 + 5, 7, 8^2 + 2 \cdot 2^2, 4, 5^2, 10 + 2 \cdot 4, 7^2, 10 + 2 \cdot 4^2, 10^2 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5, 11 + 2 \cdot 5^2, 7, 11 + 2 \cdot 4, 5, 8, 11 + 2, 5, 10, 11 + 2 \cdot 4^2, 7, 13 + 2^2, 11, 13 + 2 \cdot 4, 5^2, 14 + 2 \cdot 2, 5, 7, 14 + 2 \cdot 4, 8, 14 + 2 \cdot 2^2, 10, 14 + 14^2 + 2^2, 8, 16 + 2 \cdot 2, 4, 5, 17 + 2^2, 7, 17 + 11 + 2^2, 5, 19|_{28} + 2 \cdot 4^2, 5, 8^2 + 2, 4, 7, 8^2 + 2, 4, 5, 8, 10 + 2^2, 5, 10^2 + 2 \cdot 4^2, 5^2, 11 + 2, 4, 5, 7, 11 + 2^2, 4, 8, 11 + 2 \cdot 8, 10, 11 + 7, 11^2 + 2, 4, 5^3, 13 + 2 \cdot 2^2, 5, 7, 13 + 2^2, 4, 8, 13 + 8^2, 13 + 2 \cdot 5, 11, 13 + 2 \cdot 4, 4^2, 5, 14 + 2^2, 4, 7, 14 + 2 \cdot 7, 8, 14 + 5, 10, 14 + 4, 11, 14 + 2 \cdot 2, 13, 14 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 16 + 2 \cdot 5, 8, 16 + 5, 7, 17 + 2 \cdot 4, 8, 17 + 2 \cdot 5^2, 19 + 2, 8, 19 + 2, 7, 20 + 2 \cdot 2, 5, 22 + 2, 4, 23 + 2 \cdot 2^2, 25 + 29 + 2 \cdot 2, 4, 5, 5^2, 7^2 + 2 \cdot 4^2, 5, 7, 8 + 2 \cdot 2^2, 5^2, 8^2 + 2 \cdot 7^2, 8^2 + 2, 4^2, 5^2, 10 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 8, 10 + 2 \cdot 4, 7, 8, 11 + 2 \cdot 2, 7, 10, 11 + 2 \cdot 4^2, 11^2 + 2^2, 4^2, 5, 13 + 2 \cdot 5^2, 7, 13 + 2 \cdot 4, 5, 8, 13 + 2 \cdot 2, 7, 8, 13 + 2, 5, 10, 13 + 2 \cdot 2^2, 13^2 + 2 \cdot 2, 7^2, 14 + 4, 5^2, 16 + 2 \cdot 2, 5, 7, 16 + 2 \cdot 2^2, 10, 16 + 4^2, 5, 17 + 2 \cdot 2, 4, 7, 17 + 2^2, 7, 19 + 2^2, 4, 22 + 2 \cdot 4, 26 + 2 \cdot 2, 28 + 2^2, 4^2, 5, 7^2 + 2 \cdot 4, 5, 7^2, 8 + 4^2, 7, 8^2 + 4, 5, 5^2, 7, 10 + 2 \cdot 2, 5, 7^2, 10 + 2^2, 7, 10^2 + 4^2, 5, 7, 11 + 2 \cdot 4, 4, 7^2, 11 + 2, 5^2, 8, 11 + 2, 4^2, 10, 11 + 2 \cdot 10^2, 11 + 2 \cdot 2, 4, 5, 7, 13 + 2 \cdot 2^2, 7^2, 13 + 2 \cdot 2, 4^2, 8, 13 + 2^2, 4, 10, 13 + 8, 10, 13 + 7, 11, 13 + 7, 11, 13 + 2 \cdot 5, 13^2 + 2 \cdot 2, 4^2, 7, 14 + 2 \cdot 5, 8, 14 + 2 \cdot 7, 10, 14 + 4, 13, 14 + 2^2, 4, 7, 16 + 7, 8, 16 + 5, 10, 16 + 2^2, 5^2, 17 + 2^2, 4^2, 19 + 5, 7, 19 + 5, 7, 19 + 5, 7, 19 + 2 \cdot 4, 8, 19 + 2 \cdot 2, 10, 19 + 2 \cdot 4, 7, 20 + 4, 5, 22 + 2, 7, 22 + 4^2, 23 + 2 \cdot 2, 4, 25 + 31 + 31 - e_2 = 2 \cdot 2^2|_4 + 2 \cdot 2, 4 + 7|_7 + 4^2 + 2^2, 5 + 2 \cdot 5^2 + 2 \cdot 2^2, 8|_{10} + 1 \overline{1 + 5 + 7 + 4, 8 + 2, 10 + 2 \cdot 2, 13|_{13} + 2^2, 5^2 + 2 \cdot 7^2 + 2 \cdot 4, 10 + 4^2, 7 + 2 \cdot 5, 8 + 2 \cdot 2^2, 11 + 2, 4, 5^2 + 2^2, 4, 8 + 2 \cdot 8^2 + 2, 5, 11|_{16} + 2^2, 4^2, 5 + 5^2, 7 + 4, 5, 8 + 2, 7, 8 + 2, 2, 5, 10 + 17 + 2^2, 7^2 + 2, 4^2, 8 + 2 \cdot 2^2, 4, 10 + 7, 11 + 2 \cdot 5, 13 + 2 \cdot 4, 14 + 2 \cdot 2, 16 + 5, 7^2 + 2 \cdot 4, 5, 10 + 4^2, 11 + 19|_{19} + 4^2, 5, 7 + 2, 4, 4, 7^2 + 2 \cdot 2, 5^2, 8 + 2 \cdot 2^2, 8^2 + 2, 4^2, 10 + 2^2, 5, 11 + 2 \cdot 7, 13 + 4, 16 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 8 + 2 \cdot 4, 7, 10 + 2 + 2^2, 17 + 2^2, 4^2, 5^2 + 4^2, 7^2 + 4, 5^2, 8 + 2, 4, 8^2 + 2^2, 8, 10 + 2^2, 7, 11 + 11^2 + 2^2, 5, 13 + 2^2, 4, 14 + 2 \cdot 8, 14 + 2 \cdot 5, 17|_{22} + 2 \cdot 4, 5^2, 7 + 2^2, 4, 7, 8 + 7, 8^2 + 2^2, 4, 5, 10 + 2 \cdot 5, 8, 10 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 11 + 2 \cdot 5, 7, 11 + 4, 8, 11 + 2, 8, 13 + 2, 5, 16 + 2 \cdot 2, 4, 17 + 2 \cdot 2^2, 19 + 2^2, 4^2, 5, 7 + 2 \cdot 4, 5, 7, 8 + 2, 7^2 + 2 \cdot 4, 5^2, 10 + 2^2, 10^2 + 4^2, 5, 11 + 2 \cdot 2, 4, 7, 11 + 2 + 2, 4, 5, 13 + 2^2, 7, 13 + 11, 13 + 2 \cdot 2, 4^2, 14 + 2 \cdot 10, 14 + 8, 16 + 7, 17 + 5, 19 + 4^2, 5^2, 7 + 2, 4, 5, 7^2 + 2 \cdot 2, 4^2, 7, 8 + 2^2, 5, 8^2 + 2^2, 4, 7, 10 + 2 + 2^2, 5, 11 + 2 \cdot 7, 13 + 4, 16 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 8 + 2 \cdot 4, 7, 10 + 2 + 2^2, 7, 10 + 2 \cdot 4^2, 8, 10 + 2 \cdot 4, 10 + 10^2 + 4^2, 7, 11 + 4^2, 5, 13 + 2 \cdot 2, 4, 7, 13 + 10 + 2^2, 4^2, 16 + 10 + 2^2, 5, 17 + 7, 19 + 2 \cdot 4^2, 5, 7^2 + 2 + 2^2, 7, 8 + 2 + 4, 5, 8^2 + 2^2, 7, 8^2 + 2, 4^2, 7, 10 + 2 + 2^2, 5, 8, 10 + 7 + 10^2 + 2, 4, 5^2, 11 + 2 + 2^2, 8^2 + 11 + 2 + 5, 11^2 + 2 + 7^2, 13 + 2 + 2, 4, 10, 13 + 2 + 2^2, 4, 5, 14 + 2 \cdot 5, 8, 14 + 2 + 2, 11, 14 + 2 + 4, 7, 16 + 2 + 5, 20 + 2 + 2^2, 23 + 2 + 2^2, 5^2, 7^2 + 2 + 4^2, 5^2, 8 + 2 + 2^2, 4, 5, 7, 8 + 2 + 2^2, 4^2, 8^2 + 2 + 5, 7, 8^2 + 2 + 2^2, 4, 5, 10 + 4, 7^2, 10 + 2 + 4^2, 10^2 + 2 + 2^2, 4^2, 5, 11 + 2 + 2, 7, 8, 11 + 2 + 5, 10, 11 + 4 + 2^2, 7, 13 + 2 + 2^2, 11, 13 + 4 + 5^2, 14 + 2, 4, 8, 14 + 14^2 + 2 + 2^2, 8, 16 + 11, 17 + 2 + 2^2, 5, 19 + 2 + 8, 20 + 2 + 5, 23 + 2 + 2, 26|_{28} + 4, 5^2, 7, 8 + 2 + 5, 7^2, 8 + 2 + 5, 5^2, 7, 10 + 2 + 4, 5, 8 + 2 + 2^2, 7, 8 + 2 + 5, 7^2, 11 + 2 + 2, 4, 5, 11 + 2 + 2^2, 7, 11 + 2 + 2, 4^2, 8, 11 + 8, 10, 11 + 2 + 7, 11^2 + 2 + 2^2, 5, 7, 13 + 2 + 2^2, 4, 8, 13 + 2 + 8^2, 13 + 2 + 4, 11, 14 + 2 + 2 + 2, 4, 5, 16 + 2 + 5, 8, 16 + 2 + 2, 11, 16 + 5 + 5, 7, 17 + 4 + 8, 17 + 2 + 10, 17 + 5^2, 19 + 2 + 2, 8, 19 + 2 + 5, 22 + 2 + 25 + 29 + 2 + 2, 4, 5, 5^2, 7^2 + 2 + 2^2, 5, 7 + 2 + 2^2, 4^2, 5, 7^2 + 2 + 2^2, 4^2, 5, 10 + 2 + 2^2, 4, 5, 7, 10 + 2 + 2^2, 4^2, 8, 10 + 2 + 5, 7, 8, 10 + 2 + 5^2, 10^2 + 2 + 2^2, 8, 10 + 2 + 5, 7^2, 11 + 4 + 2^2, 11^2 + 2 + 5^2, 7, 13 + 2 + 2, 7, 8, 13 + 2 + 2^2, 13^2 + 2 + 2, 4^2, 7, 14 + 2 + 4, 2, 8, 14 + 2 + 2 + 2, 4, 10, 14 + 2 + 4, 8, 16 + 2 + 10, 19 + 2 + 4, 5, 22 + 2 + 2, 7, 22 + 2 + 4, 25 + 2 + 31 + 2 + 31 -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
e_6 &= 2 \cdot \overline{2, 4, 7^2} + 2 \cdot \overline{2, 5^2, 8} + 2 \cdot \overline{2, 4^2, 10 + 2 \cdot 10^2} + 2 \cdot \overline{7, 13 + 2 \cdot 2^2, 5^2, 7 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 8 + 4, 7, 10 + 2 \cdot 4^2, 13 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5^2 + 2 \cdot 4^2, 7^2 + 4, 5^2, 8 + 2 \cdot 2, 5, 7, 8 + 2 \cdot 2, 5^2, 10 + 2^2, 8, 10 + 2 \cdot 2^2, 5, 13 |_{22} + 2 \cdot 2, 4, 5^2, 7 + 2 \cdot 2^2, 4, 7, 8 + 2 \cdot 7, 8^2 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 10 + 5, 8, 10 + 2^2, 4^2, 11 + 2 \cdot 5, 7, 11 + 2 \cdot 10, 11 + 5^2, 13 + 2 \cdot 2, 5, 16 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5, 7 + 2 \cdot 5^2, 7^2 + 2 \cdot 4, 5, 7, 8 + 2 \cdot 2, 7^2, 8 + 2 \cdot 4^2, 8^2 + 4, 5^2, 10 + 2 \cdot 2, 5, 7, 10 + 2 \cdot 2, 4, 8, 10 + 2^2, 10^2 + 2 \cdot 4^2, 5, 11 + 2 \cdot 2, 4, 7, 11 + 2 \cdot 2^2, 7, 13 + 2 \cdot 2^2, 4, 16 + 2 \cdot 4^2, 5^2, 7 + 2 \cdot 2, 4, 5, 7^2 + 2, 4^2, 7, 8 + 2 \cdot 2^2, 5, 8^2 + 2 \cdot 2^2, 4, 7, 10 + 2 \cdot 2^2, 5^2, 11 + 2 \cdot 7^2, 11 + 2 \cdot 4, 10, 11 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 13 + 2 \cdot 5, 7, 13 + 2, 10, 13 + 4, 5, 16 + 2 \cdot 2, 7, 16 |_{25} + 2 \cdot 2^2, 4, 5^2, 8 + 4, 5, 7, 10 + 2 \cdot 2, 7^2, 10 + 2, 4, 10^2 + 4^2, 7, 11 + 4^2, 5, 13 + 2, 4, 7, 13 + 10, 16 + 2 \cdot 7, 19 + 4^2, 5, 7^2 + 2 \cdot 2, 5^2, 7, 8 + 2 \cdot 2, 4, 5, 8^2 + 2 \cdot 2^2, 7, 8^2 + 2 \cdot 2, 4^2, 7, 10 + 2^2, 5, 8, 10 + 2 \cdot 2, 4, 5^2, 11 + 2 \cdot 2^2, 5, 7, 11 + 2 \cdot 5^2, 13 + 2 \cdot 7^2, 13 + 2 \cdot 4, 10, 13 + 2 \cdot 4, 7, 16 + 2 \cdot 4^2, 19 + 2^2, 5^2, 7^2 + 2 \cdot 2, 4^2, 5^2, 8 + 2^2, 4, 5, 7, 8 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 8^2 + 5, 7, 8^2 + 2^2, 4, 5^2, 10 + 2 \cdot 4, 7^2, 10 + 5^2, 8, 10 + 2 \cdot 2, 8^2, 10 + 4^2, 10^2 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5, 11 + 5^2, 7, 11 + 2 \cdot 2, 5, 10, 11 + 2 \cdot 4^2, 7, 13 + 2 \cdot 5, 8, 13 + 2^2, 11, 13 + 2, 5^2, 16 + 2 \cdot 2^2, 5, 19 |_{28} + 2 \cdot 4, 5^2, 7, 8 + 2 \cdot 2, 5, 7^2, 8 + 2 \cdot 2, 5^2, 7, 10 + 2 \cdot 2, 4, 5, 8, 10 + 2 \cdot 2^2, 7, 8, 10 + 2, 4, 5, 7, 11 + 2 \cdot 2^2, 7^2, 11 + 2 \cdot 7, 11 + 2 \cdot 2^2, 5, 7, 13 + 2^2, 4, 8, 10, 11 + 2 \cdot 5, 16 + 2 \cdot 2, 8, 10 + 4, 8^2, 10 + 5^2, 10^2 + 2 \cdot 2, 8, 10^2 + 2 \cdot 5, 7^2, 11 + 2 \cdot 4, 7, 8, 11 + 2 \cdot 2, 7, 10, 11 + 2 \cdot 4^2, 11^2 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5^2, 10 + 2^2, 4, 5, 7, 10 + 2 \cdot 2^2, 4, 5, 8, 13 + 2 \cdot 2, 5, 10 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5, 7, 13 + 2 \cdot 2, 4, 5, 7^2, 11 + 2 \cdot 5^2, 8, 11 + 2 \cdot 2^2, 8^2, 11 + 2, 4^2, 10, 11 + 2 \cdot 2^2, 5, 11^2 + 4^2, 5^2, 13 + 2 \cdot 2, 4, 5, 7, 13 + 2 \cdot 2^2, 7^2, 13 + 2 \cdot 2, 4^2, 8, 13 + 2 \cdot 2^2, 4, 10, 13 + 2 \cdot 8, 10, 13 + 7, 11, 13 + 7, 11, 13 + 2, 4^2, 5, 16 + 7, 8, 16 + 2 \cdot 4, 11, 16 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 19 + 2 \cdot 5, 7, 19 + 2 \cdot 5, 7, 19 + 2, 10, 19 + 4, 5, 22 + 2 \cdot 2, 7, 22 \\
e_7 &= 2 \cdot \overline{2, 4, 5^2, 7 + 2^2, 5, 7^2 + 2 \cdot 2, 4^2, 5, 8 + 2^2, 4, 7, 8 + 2 \cdot 7, 8^2 + 2^2, 4, 5, 10 + 2 \cdot 5, 8, 10 + 2^2, 4^2, 11 + 2 \cdot 5, 7, 11 + 2 \cdot 10, 11 + 2 \cdot 5^2, 13 + 2 \cdot 2, 8, 13 + 4, 5, 7, 8 + 2, 7^2, 8 + 2 \cdot 4^2, 8^2 + 4, 5^2, 10 + 2, 5, 7, 10 + 2 \cdot 2, 4, 8, 10 + 2 \cdot 2^2, 10^2 + 2 \cdot 4^2, 5, 11 + 2 \cdot 2, 4, 5, 7^2 + 2 \cdot 2, 4^2, 7, 8 + 2 \cdot 2^2, 5, 8^2 + 2 \cdot 2, 4^2, 5, 10 + 2^2, 4, 7, 10 + 2 \cdot 2, 7, 8, 10 + 2 \cdot 5, 10^2 + 2 \cdot 2^2, 5^2, 11 + 2 \cdot 7^2, 11 + 2 \cdot 4, 10, 11 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 13 + 2 \cdot 5, 7, 13 + 4 + 8, 8, 13 |_{25} + 2 \cdot 4, 7^2, 8 + 2 \cdot 4, 5, 7, 10 + 2 \cdot 2, 7^2, 11 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 13 + 2 \cdot 5, 7, 13 + 4 + 8, 8, 13 + 2 \cdot 4, 5, 7, 10 + 2 \cdot 2, 7^2, 11 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5, 13 + 2 \cdot 2, 4, 5, 7^2, 10 + 4 + 2^2, 4^2, 5, 7, 10 + 2 \cdot 2, 7^2, 10 + 4^2, 8, 10 + 2, 4, 10^2 + 4^2, 7, 11 + 4^2, 5, 13 + 2 \cdot 2^2, 5^2, 7^2 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5, 11 + 2 \cdot 5^2, 7, 11 + 2 \cdot 2, 4, 5, 7^2, 10 + 2 \cdot 2, 5, 8, 10 + 2 \cdot 2^2, 5, 10^2 + 2^2, 4, 10, 11 + 2 \cdot 2^2, 8, 16 |_{28} + 2 \cdot 2^2, 4^2, 5^2, 7, 11 + 2 \cdot 2, 5, 7, 13 + 2 \cdot 2, 5, 7, 16 + 2 \cdot 4, 8, 16 + 2 \cdot 2^2, 4, 10, 16 + 2 \cdot 2^2, 7, 19 + 2 \cdot 2^2, 4, 4, 22 + 2^2, 4^2, 5, 7^2 + 2 \cdot 4, 5, 7^2, 8 + 4^2, 7, 8^2 + 2^2, 5, 7^2, 10 + 2 \cdot 2, 4^2, 5, 8 + 2^2, 4, 7^2, 11 + 2 \cdot 5^2, 8, 11 + 2 \cdot 2^2, 8^2, 11 + 2, 4^2, 10, 11 + 2 \cdot 2^2, 5, 11^2 + 4^2, 5^2, 13 + 2 \cdot 2, 4, 5, 7, 13 + 2 \cdot 2^2, 7^2, 13 + 2 \cdot 2, 4^2, 8, 13 + 2 \cdot 2^2, 4, 10, 13 + 2 \cdot 8, 10, 13 + 7, 11, 13 + 7, 11, 13 + 2, 4^2, 5, 16 + 7, 8, 16 + 2 \cdot 4, 11, 16 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 19 + 2 \cdot 5, 7, 19 + 2 \cdot 5, 7, 19 + 2, 10, 19 + 4, 5, 22 + 2 \cdot 2, 7, 22
\end{aligned}$$

For $n = 1, 4, 7, 10, 13, 19, 22, 25, 28, 31$ these idempotents are primitive as idempotents of $Z(\mathbb{F}_9 A_n)$. For $n = 16$ the idempotents e_1, \dots, e_4 are primitive central, e_6 and e_7 do not exist and e_5 splits into the following two idempotents:

$$\begin{aligned}
f_1 &= 2 \cdot \overline{2^2, 5^2} + 2 \cdot \overline{2, 5, 8} + \overline{2^2, 11} + 2 \cdot \overline{2, 4, 5^2} + 2 \cdot \overline{2^2, 4, 8} + \overline{8^2} + \zeta^7 \cdot \overline{5, 11+} + \zeta^5 \cdot \overline{5, 11-} \\
f_2 &= 2 \cdot \overline{2^2, 5^2} + 2 \cdot \overline{2, 5, 8} + \overline{2^2, 11} + 2 \cdot \overline{2, 4, 5^2} + 2 \cdot \overline{2^2, 4, 8} + \overline{8^2} + \zeta^5 \cdot \overline{5, 11+} + \zeta^7 \cdot \overline{5, 11-}
\end{aligned}$$

Here ζ denotes a generator of \mathbb{F}_9 over \mathbb{F}_3 .

Primitive central idempotents of $\mathbb{F}_9 A_n$ for $n \equiv 2 \pmod{3}$ and $n \leq 29$:

$$\begin{aligned}
e_1 &= \overline{1 | 2 + \overline{2^2 + 5 | 5 + 7 + 2 \cdot 4^2} | 8 + 2, 8 + 2, 4, 5 + 2 \cdot 2^2, 7 + 11 | 11 + \overline{2^2, 4^2} + 2 \cdot \overline{5, 7 + 2 \cdot 4, 8 + 4^2, 5} + 2 \cdot \overline{13 + 2 \cdot 2^2, 5^2} + 2 \cdot \overline{7^2 + 4, 10 | 14 + 2 \cdot 2, 5, 8 + 2^2, 11 + 2, 4, 5^2 + 2^2, 4, 8 + 2 \cdot 8^2 + 2 \cdot 5, 11 + 2 \cdot 4, 5, 8 + 2 \cdot 2, 7, 8 + 2 \cdot 2, 5, 10 + 2, 4, 11 + 2^2, 13 | 17 + 2 \cdot 4^2, 5^2 + 2, 4, 5, 7 + 2 \cdot 2^2, 7^2 + 2 \cdot 8, 10 + 2 \cdot 7, 11 + 5, 13 + 2 \cdot 4, 14 + 2 \cdot 4, 7, 8 + 4, 5, 10 + 4^2, 11 + 19 + 2, 4, 7^2 + 2 \cdot 2, 5^2, 8 + 2^2, 8^2 + 2, 4^2, 10 + 2 \cdot 10^2 + 2^2, 5, 11 + 7, 13 + 2 \cdot 4, 16 | 20 + 2^2, 5^2, 7 + 2 \cdot 5, 8^2 + 2 \cdot 4, 7, 10 + 2 \cdot 5^2, 11 + 4^2, 13 + 2^2, 4^2, 5^2 + 2 \cdot 4^2, 7^2 + 2 \cdot 4, 5^2, 8 + 2 \cdot 2 \cdot 2, 5^2, 13 + 2 \cdot 2^2, 5^2, 7, 11 + 2 \cdot 2, 5, 10, 11 + 2 \cdot 2, 4, 5, 7^2, 10 + 2 \cdot 4^2, 4^2, 5, 11 + 5^2, 7, 11 + 2 \cdot 2, 4, 5, 7^2, 10 + 2 \cdot 2, 5, 8, 10 + 2 \cdot 2, 4, 7, 8, 10 + 2^2, 7, 10^2 + 4^2, 5, 7, 11 + 2 \cdot 2, 5^2, 8, 11 + 2^2, 8^2, 11 + 2 \cdot 10^2, 11 + 2^2, 5, 11^2 + 4^2, 5^2, 13 + 2 \cdot 2^2, 7^2, 13 + 2 \cdot 2, 4^2, 8, 13 + 2^2, 4, 10, 13 + 2 \cdot 8, 10, 13 + 2 \cdot 2, 4^2, 7, 14 + 2 \cdot 2^2, 5, 8, 14 + 2 \cdot 7, 10, 14 + 4, 13, 14 + 2^2, 4^2, 5, 16 + 5, 10, 16 + 2 \cdot 4, 11, 16 + 2 \cdot 2^2, 5^2, 17 + 2 \cdot 7^2, 17 + 2 \cdot 4, 10, 17 + 2 \cdot 2^2, 4^2, 19 + 2 \cdot 5, 7, 19 + 2 \cdot 5, 7, 19 + 2, 10, 19 + 4, 8, 19
\end{aligned}$$

For $n = 2, 11, 14, 17, 20, 23, 26, 29$ these idempotents are primitive as idempotents of $Z(\mathbb{F}_9 A_n)$. For $n = 5$ the idempotent e_2 splits, and for $n = 8$ the idempotent e_3 splits, the rest of the idempotents (if they exist) are primitive central.

For $n = 5$, e_2 splits into

$$\begin{aligned} f_1 &= \overline{2^2} + \zeta^5 \cdot \overline{5_+} + \zeta^7 \cdot \overline{5_-} \\ f_2 &= \overline{2^2} + \zeta^7 \cdot \overline{5_+} + \zeta^5 \cdot \overline{5_-} \end{aligned}$$

For $n = 8$, e_3 splits into

$$\begin{aligned} f_1 &= \overline{2,4} + \zeta^7 \cdot \overline{7+} + \zeta^5 \cdot \overline{7-} + \overline{4^2} \\ f_2 &= \overline{2,4} + \zeta^5 \cdot \overline{7+} + \zeta^7 \cdot \overline{7-} + \overline{4^2} \end{aligned}$$

Here again ζ denotes a generator of \mathbb{F}_9 over \mathbb{F}_3 .

References

- [1] H. Meyer, ‘Primitive central idempotents of finite group rings of symmetric groups’, *Math. Comp.* 77 (2008), 1801-1821.
 - [2] H. Meyer, ‘Finite splitting fields of normal subgroups’, *Arch. Math.* 83 (2004) 97-101.