Plethysmen von Schurfunktionen

Axel Kohnert

Erlangen 9. Januar 2009

Universität Bayreuth
axel.kohnert@uni-bayreuth.de

UNIVERSITÄT BAYREUTH

Übersicht

- Schurfunktionen
- Kombinatorische Definition
- Plethysmus
- Algorithmus

Schurfunktion

Klassische Definition
(Jacobi 1841, de functionibus alternantibus ..., Crelle **22**)

Alphabet $x = \{x_1, \ldots, x_n\}$
(= Variablen eines multivariaten Polynoms)
Exponentenvektor $I = (I_1, \ldots, I_n) \in \mathbb{N}^n$

$$\left| x^I \right| := det(x_i^{n-j+I_j})$$

Schurfunktion

Beispiel:
3 Variablen $x = \{a, b, c\}$, $I = (2, 1, 0)$

$$\left|x^I\right| = det \begin{pmatrix} a^{2+2} & a^{1+1} & a^0 \\ b^{2+2} & b^{1+1} & b^0 \\ c^{2+2} & c^{1+1} & c^0 \end{pmatrix}$$

Spezialfall $I = (0, 0, \ldots)$ = Vandermonde

UNIVERSITÄT BAYREUTH

Schurfunktion

$\left|x^I\right|$ ist ein alternierendes Polynom und kann daher durch $\left|x^{(0,0,\ldots)}\right|$ geteilt werden.

$$S_I(x) := \frac{\left|x^I\right|}{\left|x^{(0,0,\ldots)}\right|}$$

$S_I(x)$ ist ein symmetrisches Polynom (damals als Bialternant bezeichnet) heute als Schurpolynom.

Schurfunktion

Beispiel:

$$S_{2,1}(a,b,c) = \frac{\begin{vmatrix} a^4 & a^2 & 1 \\ b^4 & b^2 & 1 \\ c^4 & c^2 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a^2 & a & 1 \\ b^2 & b & 1 \\ c^2 & c & 1 \end{vmatrix}}$$

Fakten über Schurfunktion

- Alle Exponenten in $det(x_i^{n-j+I_j})$ vers.,
  sonst $S_I = 0$
- o. E. schwach fallende Folge I
  =:Partition
- Grad von S_I ist $\sum I_j$=:$|I|$
  =: Gewicht der Partition I
- Partition $I = (I_1 \geq I_2 \geq \ldots \geq I_s > I_{s+1} = 0, 0, \ldots$)
  s =: Länge der Partition I=:$l(I)$

UNIVERSITÄT BAYREUTH

Fakten über Schurfunktion

- Λ_n^k :=symmetrische Polynome in n Variablen vom Grad k+Nullpolynom
- $\{S_I(x_1, \ldots, x_n) : |I| = k,\ l(I) \leq n\}$
  ist (Vektorraum) Basis von Λ_n^k.
- Λ_n :=symmetrische Polynome in n Variablen
- $\Lambda_n = \oplus \Lambda_n^k$ graded Ring
- $\{S_I(x_1, \ldots, x_n) : I$ Partition der Länge $\leq n\}$
  ist (Vektorraum) Basis von Λ_n.

UNIVERSITÄT BAYREUTH

Fakten über Schurfunktion

- Es gilt:

$$S_{I,0}(x_1, x_2, \dots, x_n, 0) = S_I(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

- Für Partition $I = (I_1 \geq \ldots \geq I_k > 0) \in \mathbb{N}^k$ ist die Schurfunktion S_I das inverse Limit (informal S_I Polynom in unendlich vielen Variablen)
- $\Lambda :=$symmetrische Funktionen
- $\Lambda = \oplus \Lambda^k$ graded Ring
- $\{S_I : I$ Partition$\}$ ist (Vektorraum) Basis von Λ.

UNIVERSITÄT BAYREUTH

Weitere Basen von Λ

$$S_{\underbrace{(1,\ldots,1)}_{k}} = S_{1^k}$$

- elementar symmetrische Funktion e_k
- $e_k = \sum_{I\text{:0/1-Folge mit Summe}\,k} x^I$
  wobei $x^I := x_1^{I_1} x_2^{I_2} \cdots$
- $\{e_1, e_2, \ldots\}$ algebraisch unabhängig
- $\Lambda \cong$ Polynomring mit Variablen e_i
- $\{e_I := \prod e_{I_j} : I$ Partition$\}$ ist (Vektorraum) Basis

Weitere Basen von Λ

$S_{(k)} = S_k$

- vollständig symmetrische Funktion h_k
- $h_k = \sum_{I\,:\mathbb{N}-\text{Folge mit Summe }k} x^I$
- $\{h_1, h_2, \ldots\}$ algebraisch unabhängig
- $\Lambda\ \cong$Polynomring mit Variablen h_i
- $\{h_I := \prod h_{I_j} : I$ Partition$\}$ ist (Vektorraum) Basis

Weitere Basen von Λ

- Partition $I = (I_1, \ldots, I_s)$

  $m_I(x_1, \ldots, x_n) :=$Orbit von $x_1^{I_1} x_2^{I_2} \cdots$ unter symmetrischer Gruppe

  =:monomial symmetrische Polynom
- m_I monomial symmetrische Funktion

UNIVERSITÄT BAYREUTH

Skalarprodukt

- Skalarprodukt $\langle m_I, h_J \rangle := \delta_{I,J}$ (Hall 1959)
- $p_k := m_{(k)}$ Potenzsumme

  algebraisch unabhängig

  $\{p_I := \prod p_{I_j} : I$ Partition$\}$ ist orthogonale Basis
- Schurfunktionen = orthonormale Basis von $(\Lambda, \langle -, - \rangle)$

UNIVERSITÄT BAYREUTH

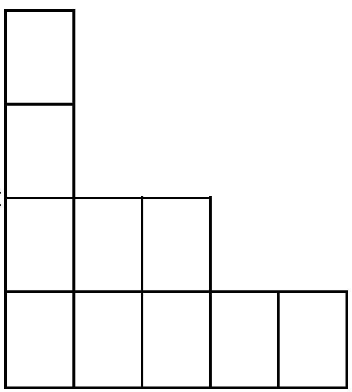
Irreduzible Charaktere der symmetrischen Gruppe

- CF_n:= Menge der Klassenfunktionen auf der symmetrischen Gruppe S_n.
- Skalarprodukt auf CF_n: $\langle f, g \rangle := \frac{1}{n!} \sum_{\sigma \in S_n} f(\sigma) g(\sigma)$
- Frobenius-Isometrie: $(CF_n, \langle -, - \rangle) \leftrightarrow (\Lambda^n, \langle -, - \rangle)$
- Schurfunktion $\leftrightarrow$Irreduzibler Charakter

UNIVERSITÄT BAYREUTH

kombinatorische Definition

visualisiere Partition I mit Ferrers-Diagramm F_I
(Norman Macleod Ferrers (1829 - 1930))

$F_{(5,3,1,1)} =$  (im 1. Quadranten)

kombinatorische Definition

Füllt man die Boxen von F_I mit den Zahlen $1, 2, 3, \ldots$ entsprechend den Regeln

- in den Zeilen schwach steigend
- in den Spalten streng steigend

z.B.

4				
3				
2	2	4		
1	1	2	2	3

erhält man ein Tableau vom Umriss I (Beispiel hat Umriss $(5, 3, 1, 1)$)

kombinatorische Definition

Einem Tableau t wird ein Monom zugeordnet:
$x^t := \prod x_j^{c_j}$ wobei c_j zählt wieoft eine Box mit der Ziffer j vorkommt.
$c = (c_1, \ldots)$ =: Inhalt von t.

Beispiel:

$$t = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \cline{1-1} 4 \\ \cline{1-1} 3 \\ \cline{1-3} 2 & 2 & 4 \\ \hline 1 & 1 & 2 & 2 & 3 \\ \hline \end{array} \quad , \; x^t = x_1^2 x_2^4 x_3^2 x_4^2$$

Schurpolynom

$$S_I(x_1,\ldots,x_n) = \sum_{\substack{t \text{ Tableau vom Umriss } I \\ \text{max Eintrag } n}} x^t$$

Schurfunktion

$$S_I = \sum_{t \text{ Tableau vom Umriss } I} x^t$$

kombinatorische Definition

Beispiel:

$$\begin{array}{cccc}
\begin{array}{|c|c|}\cline{1-1} b & \multicolumn{1}{c}{} \\ \hline a & a \\ \hline \end{array} &
\begin{array}{|c|c|}\cline{1-1} c & \multicolumn{1}{c}{} \\ \hline a & a \\ \hline \end{array} &
\begin{array}{|c|c|}\cline{1-1} b & \multicolumn{1}{c}{} \\ \hline a & b \\ \hline \end{array} &
\begin{array}{|c|c|}\cline{1-1} c & \multicolumn{1}{c}{} \\ \hline a & b \\ \hline \end{array} \\
a^2b & a^2c & ab^2 & abc
\end{array}$$

$$\begin{array}{cccc}
\begin{array}{|c|c|}\cline{1-1} b & \multicolumn{1}{c}{} \\ \hline a & c \\ \hline \end{array} &
\begin{array}{|c|c|}\cline{1-1} c & \multicolumn{1}{c}{} \\ \hline a & c \\ \hline \end{array} &
\begin{array}{|c|c|}\cline{1-1} c & \multicolumn{1}{c}{} \\ \hline b & b \\ \hline \end{array} &
\begin{array}{|c|c|}\cline{1-1} c & \multicolumn{1}{c}{} \\ \hline b & c \\ \hline \end{array} \\
abc & ac^2 & b^2c & bc^2
\end{array}$$

$$S_{2,1}(a,b,c)=a^2b+a^2c+ab^2+2abc+ac^2+b^2c+bc^2.$$

Plethysmus

$S_I[S_J]$

- Wähle als Alphabet die Tableaux erzeugt durch die innere Schurfunktion S_J.

Beispiel: Schurpolynom $S_{21}[S_{31}](a,b)$

$$S_{31}(a,b) = \begin{array}{|c|c|c|} \cline{1-1} b \\ \hline a & a & a \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|} \cline{1-1} b \\ \hline a & a & b \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|} \cline{1-1} b \\ \hline a & b & b \\ \hline \end{array}$$

UNIVERSITÄT BAYREUTH

Plethysmus

- Wähle eine beliebige Totalordnung auf den Tableaux vom Umriss J

Beispiel:

$$\begin{array}{|c|cc}\hline b & & \\ \hline a & \multicolumn{1}{|c|}{a} & \multicolumn{1}{c|}{a} \\ \hline \end{array} < \begin{array}{|c|cc}\hline b & & \\ \hline a & \multicolumn{1}{|c|}{a} & \multicolumn{1}{c|}{b} \\ \hline \end{array} < \begin{array}{|c|cc}\hline b & & \\ \hline a & \multicolumn{1}{|c|}{b} & \multicolumn{1}{c|}{b} \\ \hline \end{array}$$

Plethysmus

Der Plethysmus $S_I[S_J]$ ist die erzeugende Funktion der Tableaux vom Umriss I mit Einträgen aus den Tableaux erzeugt von S_J.

- $S_I[S_J]$ ist wieder eine symmetrische Funktion
- Grad von $S_I[S_J]$ ist $|I| \cdot |J|$
- Eingeführt von Littlewood (1950 anders), Name von M. L. Clark

Plethysmus

Beispiel:Schurpolynom $S_{21}[S_{31}](a,b)$

$S_{21}(a,b,c)$

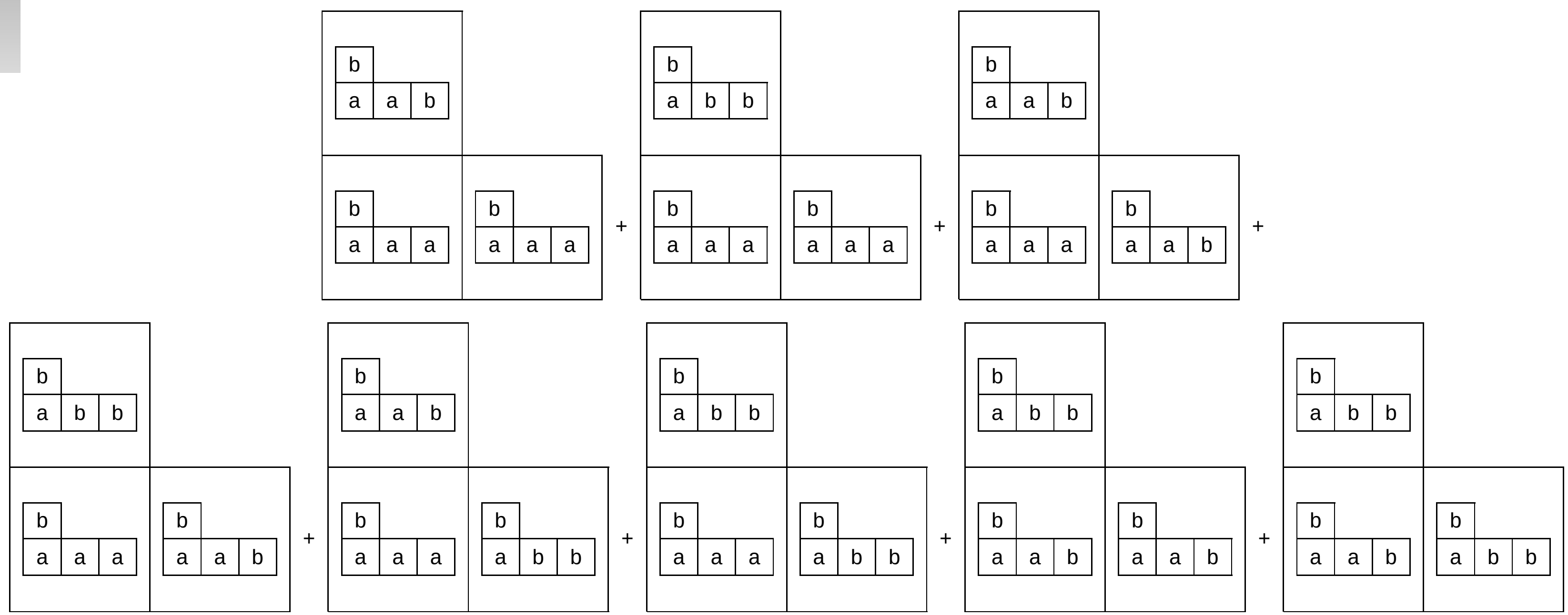
$$\begin{array}{|c|c|}\hline b & \\ \hline a & a \\ \hline\end{array}\quad \begin{array}{|c|c|}\hline c & \\ \hline a & a \\ \hline\end{array}\quad \begin{array}{|c|c|}\hline b & \\ \hline a & b \\ \hline\end{array}\quad \begin{array}{|c|c|}\hline c & \\ \hline a & b \\ \hline\end{array}$$

$$\begin{array}{|c|c|}\hline b & \\ \hline a & c \\ \hline\end{array}\quad \begin{array}{|c|c|}\hline c & \\ \hline a & c \\ \hline\end{array}\quad \begin{array}{|c|c|}\hline c & \\ \hline b & b \\ \hline\end{array}\quad \begin{array}{|c|c|}\hline c & \\ \hline b & c \\ \hline\end{array}$$

Jetzt als Alphabet die drei Tableaux von $S_{31}(a,b)$, dann

$$S_{21}[S_{31}](a,b) = S_{21}\left(\begin{array}{ccc} b & & \\ a & a & a \end{array}, \begin{array}{ccc} b & & \\ a & a & b \end{array}, \begin{array}{ccc} b & & \\ a & b & b \end{array}\right)$$

Beispiel: $S_{21}[S_{31}](a,b)$=



$$=a^8b^4+2a^7b^5+2a^6b^6+2a^5b^7+a^4b^8$$

$$=S_{84}(a,b)+S_{75}(a,b)$$

UNIVERSITÄT BAYREUTH

Offenes Problem

Es gilt

$$S_I[S_J] = \sum_K c_{IJK} S_K$$

mit $c_{IJK} \in \mathbb{N}$.
Gesucht eine kombinatorische Beschreibung, vergleichbar der Littlewood-Richardson Regel, die für

$$S_I \cdot S_J = \sum_K b_{IJK} S_K$$

eine kombinatorische Beschreibung der b_{IJK} liefert.

Irreduzible Charaktere der symmetrischen Gruppe

Der Produktzerlegung

$$S_I \cdot S_J = \sum_K b_{IJK} S_K$$

entspricht die Zerlegung einer irreduziblen Darstellung von $S_n \times S_m$,die in S_{n+m} hoch induziert wird.

Irreduzible Charaktere der symmetrischen Gruppe

Der Produktzerlegung

$$S_I \cdot S_J = \sum_K b_{IJK} S_K$$

entspricht die Zerlegung einer irreduziblen Darstellung von $S_n \times S_m$,die in S_{n+m} hoch induziert wird.
Der Plethysmuszerlegung

$$S_I[S_J] = \sum_K c_{IJK} S_K$$

entspricht die Zerlegung einer irreduziblen Darstellung von $S_m \wr S_n$, die in S_{nm} hoch induziert wird.

UNIVERSITÄT BAYREUTH

Plethysmus $S_n[S_m]$

$S_n[S_m]$ ist die erzeugende Funktion der Füllungen des Ferrers-Diagramms F_{m^n} mit den Zahlen $1, 2, \ldots$ entsprechend den beiden Regeln

- in den Zeilen schwach ansteigend
- die Zeilenwörter sind lexikographisch schwach ansteigend

Beispiel: $S_3[S_2](a, b, c) =$

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline aa & aa & aa \\ \hline\end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|}\hline aa & aa & ab \\ \hline\end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|}\hline aa & aa & ac \\ \hline\end{array}$$

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline aa & aa & bb \\ \hline\end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|}\hline aa & aa & bc \\ \hline\end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|}\hline aa & aa & cc \\ \hline\end{array} \quad \ldots =$$

$$\begin{array}{|c|c|}\hline a & a \\ \hline a & a \\ \hline a & a \\ \hline\end{array} \quad \begin{array}{|c|c|}\hline a & b \\ \hline a & a \\ \hline a & a \\ \hline\end{array} \quad \begin{array}{|c|c|}\hline a & c \\ \hline a & a \\ \hline a & a \\ \hline\end{array} \quad \begin{array}{|c|c|}\hline b & b \\ \hline a & a \\ \hline a & a \\ \hline\end{array} \quad \begin{array}{|c|c|}\hline b & c \\ \hline a & a \\ \hline a & a \\ \hline\end{array} \quad \begin{array}{|c|c|}\hline c & c \\ \hline a & a \\ \hline a & a \\ \hline\end{array} \quad \ldots$$

Plethysmus $S_n[S_m]$

Wir bezeichnen eine derartige Füllung des Ferrers-Diagramms als Plethysmus-Füllung. Die erzeugende Funktion wird mit

$$P_{m^n}$$

bezeichnet. Allgemein für eine Partition I mit a_1 Einsen, a_2 Zweien ... definiere

$$P_I := \prod_i P_{i^{a_i}}$$

Beispiel: $S_3[S_2](a,b,c) =$

a	a
a	a
a	a

a	
a	a
a	a

a	
a	
a	a

a	a
a	a

a	
a	a

a	
a	
a	

a	
a	

a	a

a	

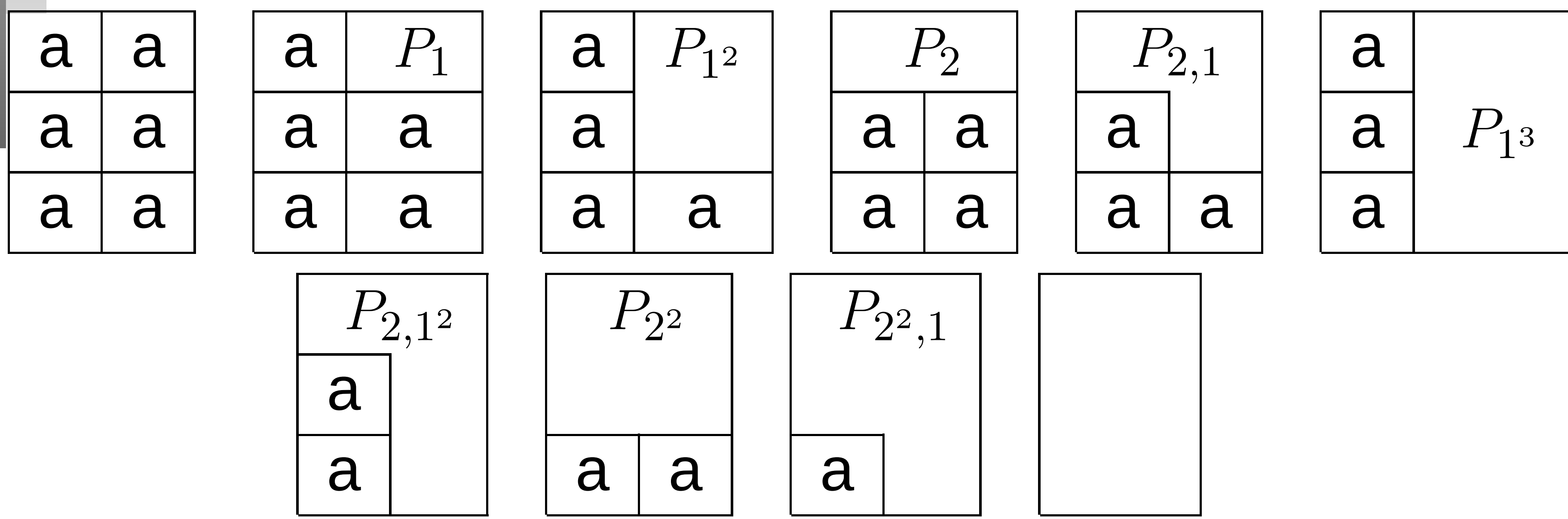
Plethysmus $S_n[S_m]$

Zusammenfassen der Plethysmus Füllungen gemäss dem kleinsten Eintrag (= a), ergibt folgende Rekursion

$$P_{m^n}(a,b,c,...) = \sum_{i=0}^{n\cdot m} a^i \sum_{|I|=nm-i, I\subseteq m^n} P_I(b,c,d,...)$$

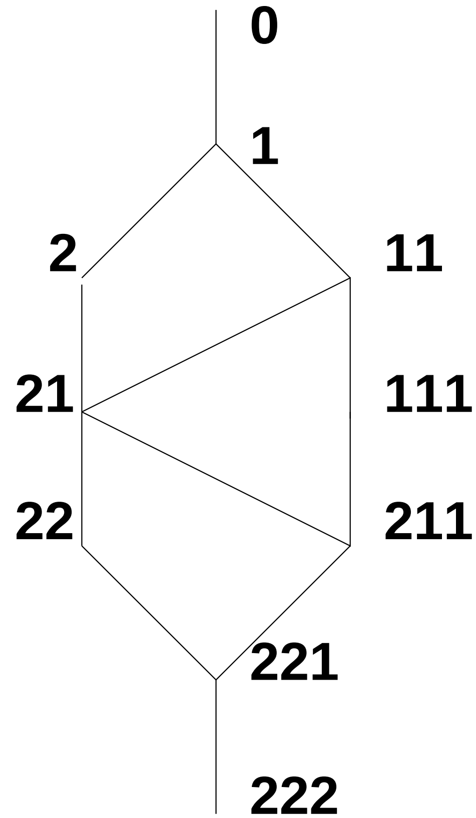
Plethysmus $S_n[S_m]$

Beispiel: $S_3[S_2](a, b, c) =$



Plethysmus $S_n[S_m]$

Beispiel: $S_3[S_2]$



Plethysmus $S_n[S_m]$

Beispiel: $S_3[S_2](a, b, c) =$

a	a
a	a
a	a

....

$$S_3[S_2](a, b, c) = S_6(a, b, c) + \ldots$$

UNIVERSITÄT BAYREUTH

Plethysmus $S_n[S_m]$

Beispiel: $S_3[S_2](a,b,c)$

a	P_1
a	a
a	a

$S_3[S_2](a,b,c) = S_6(a,b,c) + ...$

Die Tableaux in $S_3[S_2]$ mit 5 minimalen Einträgen werden erzeugt durch $a^5 S_1(b,c,..)$.

UNIVERSITÄT BAYREUTH

Plethysmus $S_n[S_m]$

Beispiel: $S_3[S_2](a,b,c)$

a	P_1
a	a
a	a

$S_3[S_2](a,b,c) = S_6(a,b,c) + ...$

Die Tableaux in $S_3[S_2]$ mit 5 minimalen Einträgen werden erzeugt durch $a^5 S_1(b,c,..)$.

Ist dies der selbe Beitrag der auch schon vom aktuellen Ergebnis $S_6(a,b,c,...)$ erklärt wird?

Schieftableau

$$\ldots + S_{5421} + \ldots$$

$$\begin{array}{lllll} 4 & & & & \\ 3 & 5 & & & \\ 2 & 4 & 4 & 9 & \\ 1 & 1 & 1 & 7 & 9 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{lllll} 4 & & & & \\ 3 & 5 & & & \\ 2 & 4 & 4 & 9 & \\ & & & 7 & 9 \end{array}$$

$$\ldots + S_{5421/3} + \ldots$$

UNIVERSITÄT BAYREUTH

Schieftableau

$$\ldots + S_{5421/3} + \ldots$$

$$\begin{array}{ccccc}
4 & & & & \\
3 & 5 & & & \\
2 & 4 & 4 & 9 & \\
 & & & 7 & 9
\end{array}
\quad \rightarrow \quad
\begin{array}{ccccc}
4 & & & & \\
3 & 5 & 9 & & \\
2 & 4 & 4 & 7 & 9
\end{array}$$

$$\ldots + S_{531} + \ldots$$

Schieftableau

Littlewood-Richardson-Regel hat zwei Teile:

$$S_I \cdot S_J = \sum_K b_{IJK} S_K$$

und die gleichen Koeffizienten erscheinen in der Zerlegung der Schief-Schur-Funktion, die die erzeugende Funktion für die Schieftableaux ist:

$$S_{K/I} = \sum_K b_{IJK} S_J$$

Beispiel: $S_3[S_2](a,b,c)$

a	P_1
a	a
a	a

$S_3[S_2](a,b,c) = S_6(a,b,c) + ...$

Die Tableaux in $S_3[S_2]$ mit 5 minimalen Einträgen werden erzeugt durch $a^5 S_1(b,c,..)$.

Ist dies der selbe Beitrag der auch schon vom aktuellen Ergebnis $S_6(a,b,c,...)$ erklärt wird?

Plethysmus $S_n[S_m]$

Beispiel:$S_3[S_2](a,b,c)$

a	P_1
a	a
a	a

$S_3[S_2](a,b,c) = S_6(a,b,c) + ...$

Die Tableaux in $S_3[S_2]$ mit 5 minimalen Einträgen werden erzeugt durch $a^5 S_1(b,c,..)$.

Ist dies der selbe Beitrag der auch schon vom aktuellen Ergebnis $S_6(a,b,c,...)$ erklärt wird?
Dazu vergleiche: $S_{6/5} = S_1$? In diesem Fall ja.

Plethysmus $S_n[S_m]$

Beispiel:$S_3[S_2](a,b,c)$

<table>
<tr><td>a</td><td rowspan="2">P_{1^2}</td></tr>
<tr><td>a</td></tr>
<tr><td>a</td><td>a</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="2">P_2</td></tr>
<tr><td>a</td><td>a</td></tr>
<tr><td>a</td><td>a</td></tr>
</table>

das bisherige Ergebnis: $S_3[S_2] = S_6 + ...$

Plethysmus $S_n[S_m]$

Beispiel: $S_3[S_2](a,b,c)$

<table>
<tr><td>a</td><td rowspan="2">P_{1^2}</td></tr>
<tr><td>a</td></tr>
<tr><td>a</td><td>a</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="2">P_2</td></tr>
<tr><td>a</td><td>a</td></tr>
<tr><td>a</td><td>a</td></tr>
</table>

das bisherige Ergebnis: $S_3[S_2] = S_6 + ...$
aus Rekursion: $P_{1^2} = P_2 = S_2$ zusammen $2S_2$

Beispiel: $S_3[S_2](a, b, c)$

<table>
<tr><td>a</td><td rowspan="2">P_{1^2}</td></tr>
<tr><td>a</td></tr>
<tr><td>a</td><td>a</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="2">P_2</td></tr>
<tr><td>a</td><td>a</td></tr>
<tr><td>a</td><td>a</td></tr>
</table>

das bisherige Ergebnis: $S_3[S_2] = S_6 + ...$
aus Rekursion: $P_{1^2} = P_2 = S_2$ zusammen $2S_2$
Jetzt $S_{6/4} = S_2 \neq 2S_2$ nicht alle Tableaux im Ergebnis werden durch das aktuelle Zwischenergebnis erklärt. Als neuer Bestandteil kommt die Schurfunktion hinzu, die den Beitrag S_2 liefert, dies ist die Schurfunktion mit dem zusätzlichen Teil 4 in der Partition.

Plethysmus $S_n[S_m]$

Beispiel:$S_3[S_2](a,b,c)$

<table>
<tr><td>a</td><td rowspan="2">P_{1^2}</td></tr>
<tr><td>a</td></tr>
<tr><td>a</td><td>a</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="2">P_2</td></tr>
<tr><td>a</td><td>a</td></tr>
<tr><td>a</td><td>a</td></tr>
</table>

das bisherige Ergebnis: $S_3[S_2] = S_6 + ...$
aus Rekursion: $P_{1^2} = P_2 = S_2$ zusammen $2S_2$
Jetzt $S_{6/4} = S_2 \neq 2S_2$ nicht alle Tableaux im Ergebnis werden durch das aktuelle Zwischenergebnis erklärt.
Als neuer Bestandteil kommt die Schurfunktion hinzu, die den Beitrag S_2 liefert, dies ist die Schurfunktion mit dem zusätzlichen Teil 4 in der Partition.
Das neue aktuelle Ergebnis ist dann: $S_6 + S_{4,2}$

Algorithmus

INIT	result R= S_{nm}
for i = nm-1 to m	
	Alle Partitionen J vom Gewicht $nm-i$ innerhalb m^n
	$Part := \bigcup_{J \subseteq m^n, \lvert J \rvert = i}$
	Berechne dem Beitrag vom result zum level i
	$con := \sum_{I \in R} S_{I/i}$
	Berechne per Rekursion den wirklichen Beitrag
	$rek := \sum_{J \in Part} P_J$
	Füge die zusätzlichen Teile zum Ergebnis
	$l := rek - con$;$l_{+i} := \sum_{I \in l} S_{i,I}$;$R = R + l_{+i}$
done	
ENDE	return result R

UNIVERSITÄT BAYREUTH

Theorem

$$S_n[S_m]/S_k = \sum_{\mu \leq n^m, |\mu| = nm-k} P_\mu$$

Ergebnisse

Theorem

$$S_n[S_m]/S_k = \sum_{\mu \le n^m, |\mu| = nm-k} P_\mu$$

Ähnliche Algorithmen auch für: $S_n[S_{1^m}], S_{1^n}[S_m], S_{1^n}[S_{1^m}]$

UNIVERSITÄT BAYREUTH

Ergebnisse

Theorem

$$S_n[S_m]/S_k = \sum_{\mu \leq n^m, |\mu| = nm-k} P_\mu$$

Ähnliche Algorithmen auch für: $S_n[S_{1^m}], S_{1^n}[S_m], S_{1^n}[S_{1^m}]$

Ähnliche Algorithmen auch für Darstellung des Ergebnisses in einer anderen Basis

UNIVERSITÄT BAYREUTH

Grundlagen für einen schnellen Algorithmus

Schnelle Algorithmen für

- Multiplikation von Schurfunktionen (Lascoux, Schützenberger)
- Zerlegung von Schiefschurfunktionen (K.)

Bestandteil der Computeralgebrasysteme MAGMA, SYMMETRICA

Letzte Seite

Littlewood: University Algebra 1958, Dover reprint 1970
Lascoux, Schützenberger: Schubert polynomials and the Littlewood-Richardson rule. Lett. Math. Phys. **10**, (1985).
Kohnert : Schubert polynomials and skew Schur functions, J. Symb. Comput. **14**, (1992).
Kohnert: An New Algorithm for the Computation of the Plethysm $S_n[S_m]$, in Vorbereitung

Allerletzte Seite

Danke.